



# Contributions à la caractérisation et à la modélisation des mousses architecturées pour la vibroacoustique

Matthieu Gravade

## ► To cite this version:

Matthieu Gravade. Contributions à la caractérisation et à la modélisation des mousses architecturées pour la vibroacoustique. Acoustique [physics.class-ph]. Université de Franche-Comté, 2013. Français. NNT : 2013BESA2018 . tel-01266160

**HAL Id: tel-01266160**

**<https://theses.hal.science/tel-01266160>**

Submitted on 8 Feb 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# PROJET DE THÈSE

L'UFR DES SCIENCES ET TECHNIQUES  
DE L'UNIVERSITÉ DE FRANCHE-COMTÉ

*pour obtenir le*  
GRADE DE DOCTEUR  
DE L'UNIVERSITÉ DE FRANCHE-COMTÉ  
spécialité Mécanique

## CONTRIBUTION À LA CARACTÉRISATION ET À LA MODÉLISATION DE MOUSSES ARCHITECTURÉES

*par*

**Matthieu GRAVADE**

<b>Rapporteurs</b>	M. ICHCHOU	Professeur, LTDS, Ecole Centrale de Lyon
	C. PEZERAT	Professeur, LAUM, ENSIM, Université du Maine, Le Mans
<b>Examineurs</b>	P. LECLAIRE	Professeur, ISAT, Université de Bourgogne, Nevers
	D. A. RADE	Professeur, FEMEC, UFU, Université Fédérale d'Uberlândia, Brésil
<b>Directeurs</b>	M. COLLET	Directeur de Recherches, Institut FEMTO-ST, Université de Franche-Comté, Besançon
	M. OUISSE	Professeur, Institut FEMTO-ST, ENSMM, Besançon



# TABLE DES MATIÈRES

<b>TABLE DES MATIÈRES</b>	<b>iii</b>
<b>LISTE DES FIGURES</b>	<b>vii</b>
<b>LISTE DES TABLEAUX</b>	<b>xi</b>
<b>1 INTRODUCTION GÉNÉRALE</b>	<b>1</b>
1.1 Introduction : . . . . .	2
1.2 Problématique des nuisances sonores . . . . .	2
1.3 Les modèles de mousses . . . . .	7
1.4 Caractérisation des mousses . . . . .	10
1.5 Matériaux poreux anisotropes et auxétiques . . . . .	12
1.6 Etude de sensibilité . . . . .	13
1.7 Optimisation et recalage du modèle . . . . .	16
1.8 Matériaux composites . . . . .	16
1.9 Tube de Kundt . . . . .	19
<b>2 MODÈLE ET VALIDATION</b>	<b>21</b>
2.1 Introduction . . . . .	22
2.2 Présentation du modèle . . . . .	22
2.2.1 Formulation $(\mathbf{u}^s, \mathbf{u}^f)$ de Biot-Allard . . . . .	23
2.2.2 Formulation $(\mathbf{u}^s, p)$ . . . . .	25
2.2.3 Conditions limites poreux-acoustique . . . . .	27
2.3 Restriction Modèle 1D . . . . .	29
2.4 Implementation 3D . . . . .	29
2.4.1 Sous-domaine Matériaux poreux . . . . .	30
2.4.2 Sous-domaine fluide . . . . .	31
2.4.3 Conditions limites poreux-acoustique . . . . .	32

2.4.4	Implémentation 3D du domaine élastique . . . . .	34
2.5	Validation . . . . .	35
2.5.1	Comparaison avec le cas-test fourni par le GAUS . . . . .	35
2.5.2	Comparaison avec des essais réalisés en tube de Kundt . . . . .	38
2.6	Conclusion . . . . .	41
<b>3</b>	<b>ETUDE DES MOUSSES COMPOSITES</b>	<b>43</b>
3.1	Introduction . . . . .	44
3.2	Inclusion des masselottes: . . . . .	44
3.3	Validation de la conception . . . . .	47
3.3.1	Sous domaine des masselottes sur COMSOL: . . . . .	47
3.3.2	Couplage poreux-élastique . . . . .	48
3.3.3	Simulation . . . . .	48
3.3.4	Analyse des résultats . . . . .	51
3.4	Validation expérimentale . . . . .	52
3.5	Confrontation calculs-essais . . . . .	57
3.6	Essais avec une plaque micro-structurée . . . . .	57
3.6.1	Description des essais . . . . .	59
3.6.2	Positionnement des échantillons . . . . .	60
3.6.3	Analyse des résultats . . . . .	65
3.6.4	Conclusion . . . . .	66
3.6.5	Système de mesures amélioré . . . . .	66
<b>4</b>	<b>MÉTHODE DE RECALAGE DE MODÈLE</b>	<b>69</b>
4.1	Introduction . . . . .	70
4.2	Méthode . . . . .	70
4.3	Paramètres des matériaux poreux . . . . .	71
4.4	Etude de sensibilité . . . . .	72
4.5	Aplication: mousse de mélamine . . . . .	75
4.6	Implementation . . . . .	81
4.7	Conclusion . . . . .	88
<b>5</b>	<b>MODELE AUXETIQUE ET IDENTIFICATION DES PARAMETRES</b>	<b>89</b>
5.1	Introduction . . . . .	90
5.2	Echantillon de mousse auxétique . . . . .	90
5.3	Formulation de Biot ( $\mathbf{u}^s, \mathbf{u}^f$ ) . . . . .	95
5.3.1	Conditions aux limites vibro-acoustiques pour les matériaux poreux: . . .	99
5.4	Implémentation 3D . . . . .	99
5.4.1	Equations du sous-domaine poreux: . . . . .	100

5.4.2	Conditions aux limites: . . . . .	102
5.5	Identification des paramètres (1): . . . . .	106
5.5.1	Etude bibliographique des paramètres auxétiques PU-PE: . . . . .	106
5.5.2	Analyseur mécanique dynamique (DMA) . . . . .	107
5.5.3	Corrélation d'images . . . . .	112
5.5.4	Conclusion Identification (1) . . . . .	117
5.6	Identification des paramètres (2): . . . . .	117
5.6.1	Etude de sensibilité: . . . . .	118
5.6.2	Essais en le tube de Kundt . . . . .	123
5.6.3	Simulations . . . . .	125
5.6.4	Identification classique . . . . .	128
5.6.5	Conclusion: . . . . .	139
<b>6</b>	<b>CONCLUSION GÉNÉRALE</b>	<b>141</b>
	<b>RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES</b>	<b>145</b>
	<b>Annexes</b>	<b>154</b>
<b>A</b>	<b>DÉTERMINATIONS DES AMPLITUDES SPATIALES DE LA PRESSION ET DU COEF- FICIENT DE TRANSMISSION</b>	<b>155</b>
A.0.6	Détermination des amplitudes spatiales de la pression . . . . .	155
A.0.7	Détermination du coefficient de transmission . . . . .	157
<b>B</b>	<b>UTILISATION DU BANC D'ESSAI DMA</b>	<b>159</b>



# LISTE DES FIGURES

1.1	Courbes classiques de Fletcher et Munson [88] . . . . .	3
1.2	Courbes classiques de Fletcher et Munson [88] . . . . .	3
1.3	Echelle de bruit [2] . . . . .	4
1.4	Echelle de bruit [2] . . . . .	4
1.5	Mélamine [1] . . . . .	7
1.6	Tube de Kundt . . . . .	19
2.1	Géométrie: Tube de Kundt . . . . .	30
2.2	Frontières géométriques . . . . .	33
2.3	Schéma du cas-test fourni par le GAUS [83] . . . . .	35
2.4	Résultats fournis pour le cas-test GAUS (figure tirée de [83]) . . . . .	36
2.5	Résultats du cas-test : partie réelle de l'impédance de surface (ExR : valeurs expérimentales [83] ; EFR : méthode des élément finis [83] ; AnR : résultats analytiques 1D ; CoR : résultats éléments finis 3D . . . . .	37
2.6	Résultats du cas-test : partie imaginaire de l'impédance de surface (ExR : valeurs expérimentales [83] ; EFR : méthode des élément finis [83] ; AnR : résultats analytiques 1D ; CoR : résultats éléments finis 3D . . . . .	37
2.7	Echantillon E3 . . . . .	38
2.8	Coefficient d'absorption échantillon E3 (ExpE3 : données expérimentales ; AnE3 : modèle analytique 1D ; CoE3 : modèle éléments finis 3D) . . . . .	40
2.9	Impédance surfacique échantillon E3 (ExpE3 : données expérimentales ; AnE3 : modèle analytique 1D ; CoE3 : modèle éléments finis 3D) . . . . .	40
3.1	Mesures du Coefficient d'absorption échantillon E3 . . . . .	44
3.2	Mesures de l'impédance acoustique échantillon E3 . . . . .	45
3.3	Schéma de la mousse plus masselottes . . . . .	46
3.4	Représentation d'un système masse ressort introduit dans un échantillon. Le ressort représente la rigidité de la mousse. . . . .	46



3.5	Masselottes utilisée . . . . .	47
3.6	Illustration de la géométrie construite pour le modèle 3D incluant les masselottes.	50
3.7	Courbes du coefficient d'absorption pour un échantillon de mélamine avec (acM) et sans (sM) introduction de masselottes dans son intérieur (Simulation 3D). . .	51
3.8	Courbes de l'impédance acoustique pour un échantillon de mélamine E3 avec (acM) et (sM) sans introduction de masselottes dans son intérieur (Simulation 3D) . . . . .	51
3.9	Détail sur les creux de courbes de coefficient d'absorption pour permettre de faire une analyse. . . . .	52
3.10	Mesures du Coefficient d'absorption échantillon E3 plus masselottes . . . . .	53
3.11	Mesures de l'impédance acoustique échantillon E3 plus masselottes . . . . .	53
3.12	Zoom E3 . . . . .	55
3.13	Zoom E3 plus masselottes . . . . .	55
3.14	Vue de l'échantillon de mousse de mélamine . . . . .	56
3.15	Vue de la découpe de l'échantillon de mousse avec masselottes . . . . .	56
3.16	Détail sur la structure de la peau métallique. . . . .	58
3.17	Face de la plaque micro-structurée où les picots sont orientés vers le haut. . . . .	58
3.18	Face lisse de la plaque micro-structurée. . . . .	59
3.19	Sandwich structure micro-structurées (P) plus mousse fournie avec mousse "Kundt" (K) . . . . .	60
3.20	Sandwich structure micro-structurées (P) plus mousse mélamine (M) . . . . .	60
3.21	Schéma: sandwich (s) fait avec la mousse du fabricant du tube de Kundt (K2), avec la peau qui a le côté picots tourné vers le haut parleur . . . . .	61
3.22	Premières mesures de l'essai 1. Pf= échantillon P avec le côté picots face au haut parleur. Pt= échantillon P avec le côté lisse faisant face au haut parleur. . . . .	62
3.23	Deuxièmes mesures pour l'essai 1. Pf= échantillon P avec le côté picots face au haut parleur. Pt= échantillon P avec le côté lisse faisant face au haut parleur. . .	62
3.24	Premières mesures pour essai 2. sMf = sandwich avec 2 échantillons de mélamine et P placé entre les deux avec son côté picots pointant vers le haut parleur. sMt = sandwich avec 2 échantillons de mélamine et P placé entre les deux avec sa face lisse pointant vers le haut parleur. . . . .	63
3.25	Deuxièmes mesures pour essai 2. sMf = sandwich avec 2 échantillons de mélamine et P placé entre les deux avec son côté picots pointant vers le haut parleur. sMt = sandwich avec 2 échantillons de mélamine et P placé entre les deux avec sa face lisse pointant vers le haut parleur. . . . .	63

3.26	Premières mesures pour l'essai 3. sK2f = sandwich avec 2 échantillons du tube de Kundt (K) et P au milieu avec son côté picots face au haut parleur. sK2t = sandwich avec 2 échantillons du tube de Kundt (K) et P avec sa face lisse pointant vers le haut parleur. . . . .	64
3.27	Deuxièmes mesures pour l'essai 3. sK2f = sandwich avec 2 échantillons du tube de Kundt (K) et P au milieu avec son côté picots face au haut parleur. sK2t = sandwich avec 2 échantillons du tube de Kundt (K) et P avec sa face lisse pointant vers le haut parleur. . . . .	64
3.28	En rouge, mesures avec les picots direction haut parleur. En bleu, mesures avec la partie lisse direction haut parleur . . . . .	67
4.1	Echantillon de mélamine . . . . .	75
4.2	Analyse de la sensibilité des paramètres de mécaniques pour la mousse de mélamine. SI sont les indices de première ordre et TSI sont les indices totaux. . . . .	76
4.3	Analyse de la sensibilité des paramètres de couplage pour la mousse de mélamine. SI sont les indices de première ordre et TSI sont les indices totaux. . . . .	77
4.4	Coefficient d'absorption pour une mousse mélamine (Simulation 1) . . . . .	84
4.5	Impédance acoustique pour une mousse mélamine (Simulation 1) . . . . .	84
4.6	Coefficient d'absorption pour une mousse mélamine (Simulation 2) . . . . .	85
4.7	Impédance acoustique pour une mousse mélamine (Simulation 2) . . . . .	85
4.8	Coefficient d'absorption pour une mousse mélamine (Simulation 3) . . . . .	86
4.9	Impédance acoustique pour une mousse mélamine (Simulation 3) . . . . .	86
4.10	Coefficient d'absorption pour une mousse mélamine (Simulation 4) . . . . .	87
4.11	Impédance acoustique pour une mousse mélamine (Simulation 4) . . . . .	87
5.1	Illustration de la structure Auxétique . . . . .	91
5.2	Structure Auxétique . . . . .	92
5.3	Echantillons Auxétiques . . . . .	92
5.4	Mesures du coefficient d'absorption dans la bande de fréquence de 50 Hz à 1.6 kHz pour des échantillons de 100 mm de diamètre. . . . .	93
5.5	Mesures du coefficient d'absorption dans la bande de fréquence de de 500 Hz à 6.4 kHz pour des échantillons de 30 mm de diamètre. . . . .	94
5.6	Géométrie du modèle . . . . .	96
5.7	Figure illustrant les 5 frontières de la géométrie. . . . .	102
5.8	Dimension de l'échantillon utilisé pour le test de traction sur le DMA . . . . .	108
5.9	Mesures obtenues à partir du DMA . . . . .	109
5.10	Mesures obtenues à partir du DMA . . . . .	110
5.11	Mesures en fréquence obtenues à partir du DMA . . . . .	112
5.12	exemple d'une ZOI de référence et la ZOI déformée. . . . .	113

5.13	Résultat de la corrélation d'image évaluent le $\nu_{xy}$ .	115
5.14	Résultat de la corrélation d'image évaluent le $\nu_{xz}$ .	115
5.15	Résultat de la corrélation d'image évaluent le $\nu_{xy}$ .	116
5.16	Résultat de la corrélation d'image évaluent le $\nu_{xz}$ .	116
5.17	Sensibilités de 4 différentes fonctions dues à la variation d'un paramètre mécanique	120
5.18	Sensibilités de 4 différentes fonctions dues à la variation d'un paramètre de couplage	121
5.19	Essais acoustiques pour 2 échantillons auxétiques.	125
5.20	Essais acoustiques pour 2 échantillons auxétiques.	127
5.21	Les résultats obtenus avec les fonction coût F1 (5.94), F2 (5.95), F3 (5.96) et F4 (5.97) sont présentées. La courbe "Expérimentale" représente les valeurs expérimentales et les points "Référence" sont les points expérimentaux adoptés pour le recalage.	130
5.22	Deuxième identification des paramètres de l'échantillon PU-PE auxétique	137
A.1	Schéma d'un tube de Kundt	156
B.1	Photo du DMA du laboratoire Femto-st	159

# LISTE DES TABLEAUX

2.1	Conditions aux limites . . . . .	34
2.2	Paramètres de la fibre de verre . . . . .	36
2.3	Paramètres de Couplage et Paramètres Mécanique adoptés pour l'échantillon de mousse de Mélamine E3 . . . . .	39
3.1	Echantillon Mélamine E3 . . . . .	49
3.2	Analyse des mesures réalisées sur l'échantillon E3 avec et sans masselottes. . . . .	54
4.1	Limites inférieures et supérieures pour chaque paramètre . . . . .	75
4.2	Valeur finale de la fonction objectif et temps de calcul . . . . .	82
4.3	Valeurs rencontrées pour les paramètres dans les différentes simulations . . . . .	83
5.1	Mesures du coefficient d'absorption de mélamine et PU-PE . . . . .	93
5.2	DMA Test traction . . . . .	109
5.3	DMA Test compression . . . . .	111
5.4	Paramètres . . . . .	117
5.5	Ecarts maximums de la variation des valeurs des fonctions objectif. . . . .	122
5.6	Ecarts maximums de la variation des valeurs des fonctions objectives. . . . .	122
5.7	Informations concernant les différents calculs réalisés pour l'analyse de convergence du modèle auxétique. . . . .	126
5.8	Résultats de l'identification, basée sur le critère (5.94). . . . .	132
5.9	Sensibilité de la fonction F4 selon le paramètre du modèle. . . . .	134
5.10	Organisation des paramètres en groupes à être optimisés séparément pour l'iden- tification de leurs valeurs. . . . .	136
5.11	Paramètres . . . . .	138



# INTRODUCTION GÉNÉRALE

## Sommaire

1.1	Introduction : . . . . .	2
1.2	Problématique des nuisances sonores . . . . .	2
1.3	Les modèles de mousses . . . . .	7
1.4	Caractérisation des mousses . . . . .	10
1.5	Matériaux poreux anisotropes et auxétiques . . . . .	12
1.6	Etude de sensibilité . . . . .	13
1.7	Optimisation et recalage du modèle . . . . .	16
1.8	Matériaux composites . . . . .	16
1.9	Tube de Kundt . . . . .	19

## 1.1 Introduction :

Cette thèse est une contribution aux domaines du contrôle du bruit et de la caractérisation de matériaux poreux. Nous avons travaillé sur la modélisation des mousses, la caractérisation des paramètres physiques (paramètres mécaniques et paramètres de couplages), l'étude de mousses composites et des mousses auxétiques.

Deux points principaux ont motivé ce travail. Premièrement la présence importante de nuisances sonores dans l'environnement moderne, celles-ci nous ont incité à chercher des solutions qui aboutissent à de meilleures conditions environnementales. En second lieu, la recherche de matériaux toujours plus efficaces, légers et peu coûteux dans les industries; comme celles des secteurs automobiles et aéronautiques. Les mousses sont un bon exemple, puisqu'elles peuvent être utilisées pour l'atténuation de nuisances sonores, ou des chocs mécaniques et présentent en plus l'avantage d'avoir un coût relativement bas. La pollution sonore est un problème de la société actuelle et peut avoir des conséquences qui peuvent aller d'une simple gêne passagère à de plus graves problèmes de santé. La qualité de vie et le fonctionnement de certains écosystèmes dépendent du contrôle des nuisances sonores.

Nous présentons dans ce travail, une stratégie peu utilisée actuellement [87] sur la caractérisation de matériaux poreux. Elle facilite la détermination des paramètres du modèle, nous épargne de mettre en œuvre des essais expérimentaux compliqués, implémentés généralement pour chaque paramètre, ce qui permet de gagner du temps de calcul.

Nous étudions également des matériaux non-classiques comme une plaque micro-structurée et une mousse auxétique. Ces matériaux, composites, présentent des caractéristiques physiques orthotropes de synthèse plus prononcées, par exemple, une résistance plus élevée dans une direction. Ils peuvent être agencés pour répondre à une problématique fonctionnelle. La connaissance de ces matériaux est de grande importance, puisqu'ils font remplacer à terme des matériaux classiques moins performants.

Le travail se place dans le cadre de la vibro-acoustique générale. Nous nous intéressons à la modélisation correcte des effets des matériaux poreux sans recourir à une description trop précise des effets de chaque paramètre du modèle utilisé. L'objectif est d'alimenter ce modèle de poreux placé dans un système complexe.

## 1.2 Problématique des nuisances sonores

L'oreille humaine est capable de détecter des sons dans une très large étendue d'amplitude de pression. Cet organe extrêmement sensible peut percevoir, de façon non linéaire, des variations de pression dans une grande gamme allant de  $20 \cdot 10^{-5}$  à  $20 Pa$ . Ces valeurs correspondent à 0 et  $130 dB$  dans l'échelle logarithmique des décibels qui convient davantage à cette sensibilité. Même si le niveau de bruit exprimé en décibels constitue une mesure objective de la pression sonore, elle ne correspond pas tout à fait à la sensation auditive perçue par l'oreille. Les courbes classiques

de Fletcher et Munson ou courbes d'isophonies (figures 1.1 et 1.2) donnent la sensibilité moyenne de l'oreille en fonction de la fréquence, paramètre également influant [88]. De nouvelles échelles de mesures ont alors été introduites pour prendre en compte l'aspect des sensations d'intensité auditive ou sonies différentes. Ce sont, l'échelle de sones et l'échelle de phones.

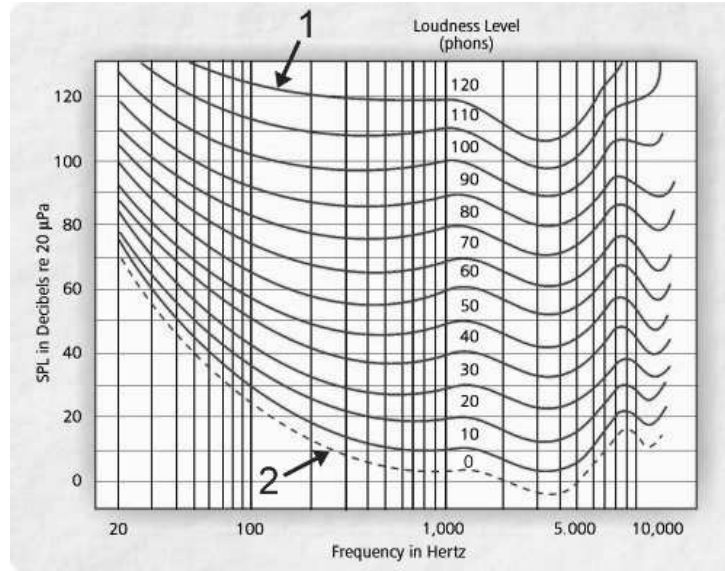


FIG. 1.1: Courbes classiques de Fletcher et Munson [88]

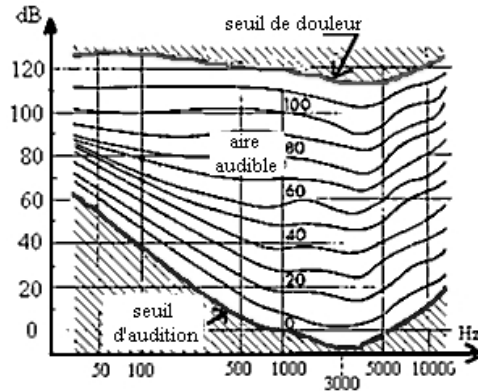


FIG. 1.2: Courbes classiques de Fletcher et Munson [88]

La courbe 1 de la figure 1.1 correspond à la courbe rouge dans figure 1.2 et donnent la pression acoustique nécessaire pour atteindre le seuil de la douleur. La courbe 2 donnée dans la figure 1.1 correspondant à la courbe bleue de la figure 1.2 est la pression acoustique nécessaire pour atteindre le seuil audible. La sensibilité maximale de l'oreille se situe aux environs de 3500  $Hz$  où elle est capable de percevoir une variation de l'ordre de -10  $dB$ , soit beaucoup moins grande qu'à 50  $Hz$  où la pression doit être de 50  $dB$  afin d'être audible.

Les risques auditifs commencent à apparaître dès que nous atteignons le seuil de risque de



85dB (tondeuse à gazon, baladeur MP3) et nous pouvons atteindre le seuil de douleur situé à 120dB – 130dB (Circuit de formule 1, réacteur d’avion). Une échelle de bruit est illustrée dans la figure 1.3 et la figure 1.4 associe quelques exemple de cette l’échelle de bruit.



FIG. 1.3: Echelle de bruit [2]

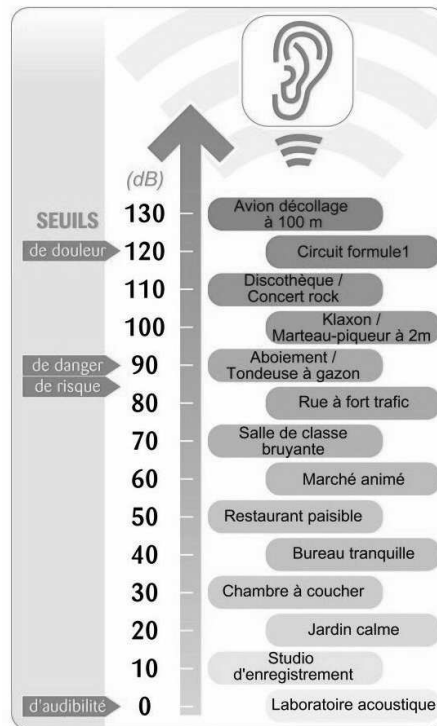


FIG. 1.4: Echelle de bruit [2]

Les risques potentiels pour le système auditif sont associés à la durée d’exposition [88]. Quelques exemples sont donnés dans le site santé du Ministère des Affaires sociales et de la santé [3] :

- à moins de 85 dB(A), il n’est pas nécessaire de surveiller la durée d’exposition ;
- à 94 dB(A), la durée d’exposition quotidienne tolérable sans protection est de 1 heure ;
- à 100 dB(A), la durée d’exposition quotidienne tolérable sans protection est de 15 minutes ;
- à 105 dB(A), la durée d’exposition quotidienne tolérable sans protection est de 5 minutes.

Les risques les plus connus sont la surdité totale ou partielle qui peut apparaître prématurément et définitivement, des acouphènes (un bourdonnement ou un sifflement entendu tous les

jours sans interruption) ou une hyperacousie qui rend la personne intolérante au moindre bruit [64] .

En réalité, le bruit nuit gravement à la santé. Il peut, non seulement nous rendre sourd mais peut avoir d'autres conséquences sur les systèmes cardiovasculaire, immunitaire, le sommeil voire même l'acquisition du langage [26].

Les nuisances sonores sont très présentes dans notre quotidien et ont beaucoup augmenté dans la société moderne avec la croissance de l'industrialisation. La recherche de matériaux plus performants, est souvent liée aux secteurs des transports; en général la diminution de la masse des véhicules crée des structures bien plus flexibles qui sont plus sensibles aux vibrations et par conséquent, correspondant plus d'émissions d'ondes acoustiques. Les exigences sont de plus en plus grandes en matière de confort acoustique, les normes deviennent plus rigoureuses. La lutte contre les nuisances sonores dans le bâtiment, dans les transports et dans l'industrie correspond habituellement à une demande forte de la part des acteurs socio-économiques et scientifiques [33], [109].

Ces facteurs révèlent l'importance de trouver des solutions pour atténuer ou même résoudre complètement ce problème dans les différents environnements problématique.

Les sources de bruits sont multiples et peuvent être permanentes, de longues ou courtes durées ou encore, ponctuelles. Ces sources de pollution sonore peuvent être mobiles comme c'est le cas du trafic routier, ferroviaire, aérien, etc, ou bien encore, stationnaires comme par exemple les industries, usines et machines. Le bruit du voisinage est lui-aussi, à l'origine d'une grande quantité de disputes entre voisins, de même que les événements publics, les animaux ou les alarmes; tout ceci constitue les plus fréquentes sources de bruit.

Il existe essentiellement trois catégories de techniques de réduction du bruit. Le traitement placé au plus près de la source de bruit (contrôle à la source), le changement du champ acoustique entre la source et l'observateur (contrôle du transfert) et il existe encore la réduction du bruit près du récepteur (contrôle près de l'observateur). Nous pouvons adopter des méthodes de contrôle qui utilisent des techniques purement passives, purement actives ou hybrides (celles qui adoptent les deux techniques précédentes) [42].

L'atténuation acoustique dans les méthodes passives ne dépend pas seulement du matériau utilisé mais aussi de la fréquence. La profondeur de pénétration de l'onde acoustique, l'ordre de grandeur de la longueur d'onde et l'énergie de l'onde diminuent exponentiellement avec la profondeur. Ces méthodes ont donc de meilleures performances dans l'atténuation du bruit à hautes et moyennes fréquences. Cependant, pour les basses fréquences, les structures passives deviennent encombrantes et coûteuses, c'est pourquoi, les techniques actives qui ont une bonne efficacité à basses fréquences, sont les plus utilisées [42].

Les méthodes passives utilisent des matériaux insonorisants et atténuants [10] , traitement d'amortissement [125] , isolateurs de vibrations [124] , silencieux pour les cas où l'écoulement du fluide est indispensable [86], [90], [95] comme sur les voitures ou les barrière placées entre la

source de bruit et l'observateur [36], [65] et [99]. Les méthodes actives peuvent contrairement aux passives perdre en efficacité à hautes fréquences et devenir instables [91]. Pouvant être de masses réduites pour les basses fréquences, les deux méthodes semblent pouvoir être complémentaires.

Si nous pouvions utiliser la méthode passive de contrôle du bruit sur un matériau qui soit adapté pour les fréquences à contrôle sans avoir les inconvénients de l'encombrement ou de la mise en œuvre de techniques actives, nous aurions peut-être une solution idéale.

Notre souhait dans ce travail, est d'apporter une contribution dans le domaine du contrôle du bruit, dans celui de la caractérisation des matériaux et dans l'étude de nouveaux matériaux, afin de pouvoir améliorer leur caractérisation et être capable de traiter efficacement les problèmes des nuisances sonores.

Nous avons étudié plus particulièrement les matériaux poreux-élastiques. Les matériaux poreux présentent en générale certaines caractéristiques intéressantes pour le domaine du contrôle passif du bruit. Un matériau poreux est un milieu diphasique, deux phases distinctes, constituées d'une matrice solide ou squelette continue ou non, définissant un réseau de pores saturés par un fluide compressible, l'air, pour le domaine acoustique.

En général, les matériaux présentent un degré de porosité, détectable ou non, résultant de la présence de cavités, de canaux ou d'interstices. La porosité d'un matériau influe sur ses propriétés physiques comme la densité, la conductivité thermique et la résistance mécanique. En conséquence, le contrôle de la structure poreuse est d'une grande importance industrielle, par exemple dans la conception des catalyseurs, des adsorbants industriels, et des membranes en céramique. Plus spécifiquement en vibro-acoustique, l'utilisation des matériaux poreux est devenue une pratique courante pour des applications afin de réduire les nuisances sonores. Leurs bas coûts et leurs bonnes performances en termes d'atténuation acoustique, voire de dissipation d'énergie en cas de choc, ou même d'isolation thermique, justifient leurs vastes utilisations dans les secteurs des transports et de l'habitat. L'utilisation de ces matériaux incite à les étudier de façon à pouvoir les utiliser plus efficacement [54].

Par la suite, nous présentons une introduction aux principaux sujets abordés au long de ce mémoire. Nous débutons par une présentation des modèles de mousses, section 1.3, qui permettent de simuler les conditions physiques en jeu et de prédire les contraintes spécifiques. En général, cette approche est intéressante lorsque des résultats expérimentaux sont difficiles à mettre en place. Les modèles que nous avons utilisés sont présentés dans les chapitres 2 et 5. Nous parlons ensuite de la caractérisation des mousses, section 1.4, nous permettant d'identifier les nombreux paramètres des matériaux poreux, essentiels pour décrire le comportement de ces matériaux. Mesurer et identifier ces paramètres peut s'avérer difficile. Une méthode de recalage de modèle réalisée à partir de mesures simples, sans mettre en œuvre de méthodologie dédiée à l'identification de chaque paramètre est présentée dans le chapitre 4 pour un échantillon de mélamine. Dans la section 1.5, "Matériaux poreux anisotropes et auxétiques", nous introduisons les caractéristiques d'un type plus spécifique de matériaux poreux qui est abordé dans le chapitre

5. Dans ce chapitre, nous présentons le modèle et l'identification d'une mousse auxétique isotrope transverse. L'étude de sensibilité, section 1.6, nous a aidé à mieux comprendre l'influence des paramètres sur les résultats obtenus avec les modèles. Le concept est utilisé dans les chapitres 4 et 5 afin d'aider à optimiser et mieux identifier les paramètres des modèles. D'autres concepts comme l'optimisation et le recalage de modèle, section 1.7, ont été utilisés dans ce travail pour l'identification des paramètres relatifs aux modèles (chapitre 4 et 5). Des informations supplémentaires sur les matériaux composites sont présentés dans la section 1.8. Une contribution à ce type de matériaux a été faite et présentée dans le chapitre 3 avec l'étude de mousses architecturées. Finalement nous présentons rapidement le dispositif de mesures acoustique, le tube de Kundt, section 1.9. Il a été utilisé tout au long du travail, permettant ainsi d'avoir une base de données expérimentale essentielle pour le déroulement de nos études.

### 1.3 Les modèles de mousses

Compte tenu de l'étendue des applications possibles des matériaux poreux, des outils de prédictions sont indispensables pour concevoir et mettre en oeuvre des dispositifs introduisant ces matériaux. L'image 1.5 nous montre la structure agrandie d'un matériau poreux, la mélamine. L'image nous permet de visualiser la porosité de ce matériau avec l'ensemble des interstices qui peuvent être connectés ou non, selon le matériau, et peuvent être remplis d'air ou d'un autre fluide (liquide ou gaz).

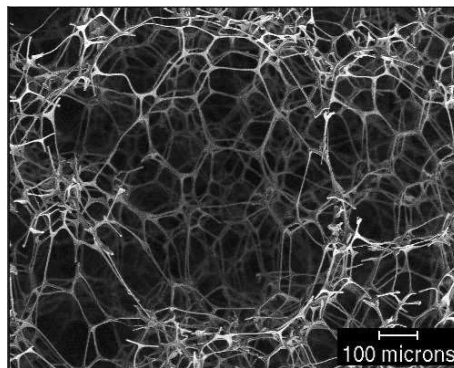


FIG. 1.5: Mélamine [1]

Zwikker et Biot ont développés les premiers modèles, très connus, pour les milieux poreux [126], [18] et [19].

Zwikker [126] a présenté un modèle avec des bases plus scientifiques pour les matériaux poreux. Son principal intérêt a été de modéliser la propagation vibro-acoustique dans des milieux poreux, tout prenant en compte des épaisseurs considérables de matériaux. Cette étude a été d'une grande importance pour les matériaux absorbants.

Le modèle de Biot [18] [19] est sans aucun doute le plus connu dans le domaine de la vibro-acoustique. Il fait référence aux matériaux poreux-élastiques. Cette théorie est basée sur l'utilisation d'un Volume Élémentaire Représentatif (VER) de petite taille face à la longueur d'onde des ondes acoustiques et élastiques. Le matériau est supposé homogène à cette échelle. Les déformations du squelette causées par la propagation des ondes sont supposées similaires à celles des solides élastiques. Aucune dispersion de vitesse n'est considérée dans la partie solide, contrairement à la partie fluide (air). Trois ondes de propagation sont alors introduites; les deux premières de compression, dans les parties solides et fluidiques, et la troisième de cisaillement seulement avec la partie solide. Dans certains cas où le matériau à squelette élastique est placé contre une surface rigide, le squelette peut être presque supposé rigide acoustiquement sur une large plage de fréquences. Il peut être supposée immobile lorsque la partie fluide (l'air) circule autour de lui. Néanmoins, ce n'est pas le cas en générale pour l'ensemble de la gamme de fréquences acoustiques [6], [126] et [77], une source peut induire des vibrations sur le squelette. Le squelette étant plus lourd que la partie fluide (air), les vibrations introduites par une source sur squelette vont transférer les vibrations à l'air. Par conséquent, seule une onde de compression, régie par l'équation de Helmholtz, se propage alors dans la phase fluide [6]. Le milieu poreux est considéré comme un fluide équivalent avec une densité effective et un module de compressibilité (Module de Bulk). Ces propriétés influencent les pertes visqueuses et thermiques qui atténuent l'onde de compression. Au niveau macroscopique, ces pertes sont liées aux cinq paramètres géométriques du milieu poreux : la porosité ( $\Phi$ ), la résistivité ( $\sigma$ ), la tortuosité ( $\alpha_\infty$ ), la longueur caractéristique visqueuse ( $\Lambda$ ) et la longueur caractéristique thermique ( $\Lambda'$ ). Plus de détail sont donnés par [6], [126], [77] et [48].

L'article [18] développe une théorie sur la propagation des ondes acoustiques dans les matériaux poreux-acoustiques contenant des fluides visqueux compressibles. Il étudie particulièrement les matériaux dans lesquels les parties solide et fluide ont des densités comparables comme c'est le cas de roches saturées d'eau. Cette première étude est limitée à la gamme des basses fréquences puisqu'elle repose sur l'hypothèse des fluides de Poiseuille. Elle montre que ces matériaux peuvent être décrits par quatre paramètres non dimensionnels et à une fréquence caractéristique. Il existe deux formes de propagation des ondes, l'une liée à la dilatation des parties solide et fluide (ondes de compression), et une autre reliée au cisaillement de la partie solide (onde de cisaillement). Ce travail se poursuit dans [19] étendant la théorie de propagation des ondes dans un poreux élastique à haute fréquence. Comme dans la première partie, l'accent est mis sur les cas où les densités des parties fluide et solide sont comparables.

Attenborough [14] a approfondi ces modèles et de nouveaux développements ont été réalisés. L'application de plusieurs théories de propagations pour des modèles de réflexion et de transmission du son et différentes conditions limites sont considérés dans cet article. Une attention particulière est accordée à la prise en charge des réactions locales et à l'adéquation de la modélisation de l'interface poreuse avec un fluide quasi-homogène. Les méthodes les plus utilisées pour

mesurer les caractéristiques acoustiques des matériaux par des moyens empiriques sont aussi évaluées.

Johnson [72] définit un paramètre géométrique permettant de décrire les effets d'une couche limite interne sur des phénomènes variés de transport, tels que la conductivité électrique superficielle, l'amortissement visqueux des ondes acoustiques à haut fréquence et il est également liée à la perméabilité à l'écoulement continu d'un fluide visqueux.

Dans [71] est présentée la réponse d'un fluide newtonien, saturant l'espace d'un pore dans un milieu poreux rigide isotrope soumis à un gradient de pression infinitésimal à travers l'échantillon. Les propriétés analytiques de la fonction de réponse linéaire ainsi que les limites en haute et basse fréquence sont calculées. Johnson [72], [71] introduit deux dimensions caractéristiques aux hautes fréquences, l'une relative aux forces visqueuses et l'autre aux échanges thermiques en plus des paramètres classiques (Porosité, Résistivité et Tortuosité).

Sur la base de paramètre de Johnson, Allard [6], [8] a développé un modèle de 5 paramètres. Dans ces travaux [6], [8], des dimensions caractéristiques sont utilisées avec de nouvelles expressions pour la masse effective et la compressibilité de l'air afin de prévoir l'impédance acoustiques des matériaux poreux dans les hautes fréquences. Des mesures d'impédance surfacique ont été faites pour évaluer ce modèle. Ce même modèle est généralisé dans le contexte de la théorie de Biot pour le cas où la phase solide est considérée comme élastique. L'effet des ondes dans le squelette sur l'impédance des matériaux fibreux, et sur la transmission à travers un matériau fibreux posé sur une plaque, est alors étudié. Une description plus détaillée sera présentée dans le prochain chapitre.

Des modèles cherchant à être plus précis introduisent généralement, en plus des cinq paramètres ci-dessus, la perméabilité thermique statique [77], et deux paramètres réglables pour prendre en compte les effets thermiques [76] et visqueux [93]. Ces corrections pour les basses fréquences deviennent importantes pour les matériaux présentant un comportement qui diverge beaucoup et qui généralement présente des pores cylindriques et/ou une structure intérieure révélant une variation rapide de la taille de la section du pore.

Dans notre étude, nous adoptons un modèle de Biot-Allard [6] et [109] utilisant quatre paramètres mécaniques et cinq paramètres de couplage. La raison principale étant qu'il s'agit d'un des modèles les plus utilisés et qu'il peut être utilisé dans une grande plage de fréquences. D'autre part, le modèle avec cinq paramètres de couplage comparé avec d'autres modèles plus précis présente seulement des différences dans les basses fréquences et ces différences sont relativement petites pour la plupart des matériaux poreux, comme nous le montre le travail [56]. La disponibilité de données expérimentales pour les basses fréquences est assez réduite dans la littérature.

Le modèle provient de la théorie de Biot [19] de propagation du son dans les milieux poro-élastiques. Dans le cadre de cette théorie, les déformations du squelette élastique liées à la propagation des ondes sont censées être similaires à celles d'un solide élastique. La description plus détaillée de cette théorie est présentée dans le chapitre 2.

## 1.4 Caractérisation des mousses

Comme nous pouvons le constater, les modèles utilisés pour décrire le comportement des matériaux poreux, nécessitent la connaissance de nombreux paramètres. En général, de 4 à 9 paramètres sont utilisés pour les modèles les plus connus comme les modèles de Johnson-Allard ou Biot-Allard [6], [8] et [109]. Mesurer et identifier ces paramètres expérimentalement peut s'avérer difficile, pouvant demander la mise en oeuvre d'essais compliqués, qui parfois nous prennent beaucoup de temps de réalisation.

Le premier objectif de l'article de Jaouen [69] est de présenter une liste exhaustive de techniques d'identification de paramètres élastiques et d'amortissement pour les matériaux poreux et les difficultés rencontrées. Dans ce travail, ils parlent aussi de l'influence de la viscosité et de l'anisotropie souvent observée dans les matériaux poreux. Des méthodes de caractérisations liées à l'élasticité et l'amortissement sont présentées. Les méthodes sont: " Brick under uniaxial compression loading , quasistatic regime" , "Cylinder under torsion loading, quasistatic regime", "Layer under pure shear loading, quasistatic regime" , "Beam under longitudinal vibrations" , "Brick under uniaxial compression loading, dynamic regime" , "Beam under bending vibrations" , "Plate under bending vibrations" , "Acoustical excitation-based methods" et "Phase velocity measurement-based methods". Un total de trois groupes de méthodes quasi statiques et six groupes de méthodes dynamiques est présenté.

Les principaux avantages et inconvénients sont discutés dans cet article. Nous constatons déjà, que pour ces essais, les gammes de températures sont limitées par les capteurs utilisés. Il est clairement démontré qu'une unique méthode n'est pas suffisante pour estimer précisément les paramètres élastiques et les paramètres d'amortissement des matériaux poreux acoustiques. Lorsque nous cherchons à obtenir ces résultats, un grand nombre de questions doit être posé: La plupart des méthodes dynamiques est basée sur une fausse supposition qui est de considérer un module de Poisson réel et constant dans la gamme de fréquence. Une solution est proposée dans [94]. Il est constaté que la partie fluide de ces matériaux poreux a une influence sur les paramètres élastiques, même pour les méthodes quasi statiques [41], [39].

L'influence d'incertitudes acoustiques dans l'évaluation des propriétés élastiques et d'amortissement pour les matériaux poreux est souvent étudiée et remise en question. Dans les cas où sont étudiés des configurations en multi-couches, les conditions de contact entre les couches ne sont pas exactement connues. Il est souvent supposé un lien parfait entre les couches et les conditions de collages sont rarement étudiées, pourtant, leurs influences ne sont pas négligeables [68], [123]. Pour terminer, Jaouen [69] attire l'attention sur la petite quantité de recherche réalisée sur l'anisotropie des matériaux utilisés en acoustique.

Biot et Willis [17] ont décrit trois essais pour être capable d'estimer les valeurs des coefficients (P, N, Q et R) introduits dans les relations contrainte-déformation proposés par Biot .

Dans le premier essai, le matériau est soumis à du cisaillement pur. Il nous permet d'évaluer N qui est le module de cisaillement du squelette solide puisque l'air ne contribue pas à la restauration

des forces de cisaillement.

Dans le deuxième, le matériau est entouré d'une enveloppe souple et soumis à une pression hydrostatique. Ceci nous amène à la valeur de module de Bulk du squelette solide dans le vide.

Dans le troisième essai, le matériau est sujet à une augmentation de la pression de l'air. Cette variation est transmise à la structure solide. Nous pouvons obtenir ainsi le module de Bulk du solide élastique dans lequel la structure est constituée. Ainsi, avec les trois essais proposés par Biot et Willis [17] il peut être développé un système de trois équations qui nous permet de connaître les paramètres P, Q et R. Ces paramètres nous permettent la caractérisation du matériaux poreux et la détermination des paramètres de couplages.

Alors que les paramètres tels que la porosité et la résistivité peuvent être facilement mesurés, en utilisant des techniques standards [29, 115, 5], l'examen des différentes méthodes [48, 71, 28, 77, 76, 93, 56, 29, 115, 5, 24, 73, 57, 25, 84, 7, 79, 78] qui ont été développées pour mesurer les trois autres paramètres montre qu'ils sont plus difficiles à déterminer avec suffisamment de précision [13]. Les techniques développées nécessitent généralement des mises en oeuvre expérimentales sophistiquées et coûteuses.

La tortuosité peut être mesurée par une méthode directe non-acoustique basée sur les travaux de [24] et démontrée avec succès par [73]. Dans ce procédé, le matériau poreux est rempli d'un électrolyte, et la résistivité électrique du matériau saturé est mesurée et reliée à la tortuosité. La méthode s'applique naturellement à des structures non-conductrices et peut être destructrice. De mauvais résultats peuvent être obtenus si la procédure opérationnelle n'est pas suivie attentivement, il faut par exemple s'assurer que l'électrolyte sature complètement le réseau poreux, ce qui est difficile à faire pour les matériaux à haute résistivité acoustiques. La longueur caractéristique thermique peut également être obtenue par une technique non acoustique. Henry et al [57] a montré que des surfaces spécifiques mesurées par la méthode BET [25] peuvent être liée à la longueur caractéristique thermique. La technique BET est lourde, coûteuse et pour certaines mousses peut aboutir à une erreur importante [84]. Des méthodes basées sur des mesures acoustiques à ultrasons ont été développées afin de contourner les difficultés inhérentes à la caractérisation directe de la tortuosité et des longueurs caractéristiques. Des méthodes fréquentielles [84, 7, 79, 78] et temporelles [48, 71, 28, 77, 76, 93, 56, 29, 115, 5, 24, 73, 57, 25, 84, 7, 79, 78, 46, 47] pour la propagation d'ondes ultrasoniques ont aussi été proposées. Ce sont des méthodes prometteuses même si elles ne sont pas facilement adaptables dans les laboratoires. Leurs deux plus grandes limitations sont, d'une part la forte atténuation des ondes ultrasoniques dans les matériaux, difficilement applicables sur les matériaux plus dissipatifs et des épaisseurs plus grandes, d'autre part, à la petite taille de la longueur d'onde par rapport à la taille des pores qui provoque la diffusion de ces ondes et la présence d'hétérogénéités à cette échelle qui affecteront ces mesures [84].

Comme alternative à ces méthodes par ultrasons, Atalla et al [13] propose une méthode qui mesure la tortuosité et les longueurs caractéristiques. Cette méthode est dérivée de la solution



d'un problème de caractérisation inverse, proposée par [11, 12]. La méthode utilise des mesures standard d'impédance par guide d'onde et l'optimisation globale d'un algorithme. Une méthode simple à implémenter et à priori robuste pour un grand nombre de matériaux acoustiques absorbants dont le squelette solide peut être modélisé comme un fluide équivalent soumis à des excitations acoustiques (ce qui est vrai pour la plupart des matériaux poreux au dessus d'une certaine fréquence).

D'autres articles évoquent la caractérisation des paramètres acoustiques des matériaux poreux. Scarpa [107] utilise aussi une méthode inverse d'identification des paramètres de Biot pour de mousses conventionnelles et auxétiques. De nombreux tests dynamiques utilisant des excitations de bruit blanc à larges bandes et des mesures prises avec un vibro-mètre laser ont été réalisés. Les résultats ont servis de données d'entrée dans une procédure pour un procès d'identification inverse. La tortuosité dynamique et la perméabilité ont été acquises à partir d'un modèle numérique ainsi que le module de Bulk de l'air.

Nous pouvons aussi mentionner les mesures qui ont été faites utilisant des superfluides pour identifier la perméabilité dynamique et de la tortuosité [71] .

En général, nous observons que diverses études ont été réalisées afin d'identifier les paramètres utilisés dans les modèles de matériaux poreux en acoustiques. Souvent plusieurs considérations sont établies et nous trouvons fréquemment des limitations concernant les équipements de mesures. Ces facteurs, contribuent à l'introduction d'incertitudes dans les résultats obtenus.

## 1.5 Matériaux poreux anisotropes et auxétiques

Dans le domaine des matériaux poreux nous pouvons souvent rencontrer des matériaux qui ont des caractéristiques anisotropes. Généralement cette caractéristique provient du procédé de fabrication. C'est le cas des milieux fibreux, laine de verre et laine de roche. Ils peuvent être considérés comme des milieux isotropes transverses [116] (un milieu est dit isotrope transverse pour une propriété donnée si cette propriété est invariante par changement de direction obtenue par rotation autour d'un axe privilégié). Dans ce cas, tout plan passant par l'axe privilégié est un plan de symétrie. Il a été démontré par Melon et al [85] que les matériaux poreux peuvent présenter une anisotropie qui est plus complexe, mais dans un premier temps, nous pouvons estimer que la structure solide dans le vide peut être considérée comme un milieu élastique isotrope transverse. Une description orthotrope a été présentée par Liu et Liu [80], mais le problème rencontré ici est la difficulté de mesurer les paramètres qui sont encore plus nombreux dans cette description.

Dans un milieu anisotrope, les courbes caractéristiques des différentes ondes dépendent de la direction de propagation [6].

Afin de pouvoir comprendre le comportement acoustique d'un type de mousse différent, nous avons étudié une mousse auxétique. Cette mousse possède un coefficient de Poisson négatif.

L'échantillon utilisé a été obtenu à partir d'une mousse de polyuréthane polyéthylène (PU-PE) conventionnelle; celle-ci à travers un processus spécifique de fabrication qui englobe la variation de sa température et l'application d'une force de compression dans un laps de temps déterminé, permet à la mousse d'acquérir les caractéristiques auxétiques isotropes transverses. Elle compte avec un coefficient de Poisson négatif dans une direction et un coefficient positif dans les deux autres directions. Ici le coefficient de Poisson est isotrope transverse. En pratique, quand nous étirons un échantillon auxétique dans la direction perpendiculaire vers laquelle il présente cette caractéristique, nous obtenons un élargissement cette section perpendiculaire à celle-ci. Cette caractéristique est contraire à celle observée pour un matériau conventionnel dont le coefficient de poisson est positif.

Nous présentons dans le chapitre 5 un modèle pour un échantillon de mousse polyuréthane polyéthylène (PU-PE) auxétique isotrope transverse.

### 1.6 Etude de sensibilité

Dans l'introduction de ce sujet nous nous basons sur l'idée que comprendre la sensibilité du modèle peut aider à optimiser et faciliter son identification [87].

L'étude de sensibilité cherche à d'obtenir des informations importantes sur les paramètres d'un modèle vis-à-vis de leur influence par apport aux résultats que ce modèle permet d'obtenir [102]. C'est-à-dire, l'analyse de sensibilité étudie comment des perturbations sur les variables d'entrée d'un modèle engendrent des perturbations sur la variable réponse [66, 102]. Avec l'analyse de sensibilité nous pouvons savoir quel est le paramètre qui a le plus d'influence sur les résultats [61], celui qui a le moins d'influence mais aussi estimer les interactions entre les paramètres.

Les raisons qui conduisent à l'utilisation de l'analyse de sensibilité peuvent être diverses et de grande importance. Elle peut aider à la validation d'une méthode ou d'un code de calcul. L'orientation des efforts de recherche et de développement peut être organisée selon ces résultats. Cela peut permettre également la justification en terme de sûreté d'un dimensionnement ou de la modification d'un système. Nous pouvons constater que pour la plupart des problèmes en ingénierie, nous utilisons des modèles paramétriques. Les analyses de sensibilité nous apportent des informations importantes pour pouvoir comprendre l'importance de chaque paramètre dans les résultats recherchés.

Etant donné que les mesures et les identifications des caractéristiques des matériaux poreux peuvent être difficiles et prendre beaucoup de temps à effectuer, comprendre le modèle de sensibilité peut nous amener à l'optimisation de ces mesures et faciliter la conception du modèle. Savoir quelles sont les variables les moins influentes nous permet éventuellement d'obtenir un modèle plus léger, et avec moins de variables d'entrée. Nous pouvons même, dans certains cas supprimer les parties de code informatique qui n'ont aucune influence sur la valeur et la variabilité de la réponse. Connaître les variables qui contribuent le plus à la variation de la réponse du modèle

nous permet de savoir si elles apportent de l'imprécision dans les valeurs de sortie. Il est alors possible d'améliorer la qualité de la réponse du modèle en réduisant des variabilités des entrées plus influentes quand c'est possible. Dans la littérature, les articles qui travaillent sur ce sujet ne sont pas nombreux [87].

Les méthodes d'analyse de sensibilité peuvent être regroupées en trois classes [66] les méthodes de screening, les méthodes d'analyse locale et les méthodes d'analyse de sensibilité globale.

Les méthodes de screening consistent en une analyse qualitative de la sensibilité de la variable de sortie aux variables d'entrée.

En général les méthodes classiques sont divisées en deux catégories, les techniques d'analyses de sensibilité locales et celles d'analyses globales. Les techniques d'analyses locales ont un bas coût de calculs, elles peuvent être facilement implémentées, par contre, elles sont capables de déterminer la sensibilité dans seulement un sous-ensemble du modèle. D'un autre côté, les analyses globales de sensibilité, qui ont un coût beaucoup plus élevé au niveau des calculs, peuvent nous donner des informations sur l'ensemble du modèle tout en prenant en compte les possibles interactions entre les paramètres.

Les méthodes d'analyses locales évaluent quantitativement l'impact d'une petite variation autour d'une valeur donnée des entrées [118]. Les méthodes locales estiment la sensibilité d'un modèle en se basant sur le calcul de ses dérivés. Elles reposent sur le calcul d'un indice de sensibilité représentant les variations d'une sortie du modèle suite à une faible variation d'un paramètre d'entrée [102] Cette analyse est limitée pour les petites variations des paramètres et n'est pas capable d'identifier les effets de couplages entre eux. La technique OAT (One-At-a-Time) est la plus répandue dans cette catégorie. Elle évalue essentiellement la sensibilité d'une fonction à un paramètre en utilisant la dérivée partielle, laquelle est estimée par différences finies. Ce type de technique est très utilisé et donne, en général des informations d'un point de vue local.

Les méthodes d'analyse de sensibilité globale s'intéressent à la variabilité de la sortie du modèle dans l'intégralité de son domaine de variation. L'analyse globale de sensibilité [102] est nécessaire lorsque nous avons de grands modèles et /ou des effets de couplage importants. Parmi les méthodes existantes, nous avons utiliser la technique "importance measure method" ou celle de "correlation ratio technique" qui sont capables d'estimer la contribution des différents paramètres dans la variance des sorties [67]. Toutefois, l'influence d'un paramètre va dépendre également des interactions et de l'influence de tous les autres paramètres. Comme exemple, nous pouvons citer les méthodes globales FAST et Sobol qui non seulement peuvent mesurer les termes de première ordre (effet principale), mais peuvent également calculer les indices de sensibilités totales (TSI) [102] .

Les études de sensibilité sont analysées selon des indices de sensibilité qui sont classés de la manière suivante: indices des sensibilité de premier ordre, d'ordre deux, d'ordre trois et ainsi successivement selon la quantité de paramètres d'entrée existant dans le modèle. Il existe en plus

les indices de sensibilité totaux.

- L'indice de sensibilité de premier ordre quantifie la sensibilité de la sortie d'un modèle à une variable d'entrée, ou encore la part de variance de sortie due à cette variable. Quelques estimations basées sur la sensibilité de premier ordre au sujet de l'impact de certains paramètres sur des modèles ont été utilisées et présentées par exemple dans le travail de [40].
- Les indices de sensibilité d'ordre deux expriment la sensibilité de la variance de la sortie du modèle à l'interaction entre deux variables des variables d'entrée, c'est-à-dire la sensibilité de la sortie au deux variables qui n'est pas prise en compte dans l'effet des variables seules.
- Les indices de sensibilité d'ordre trois expriment la sensibilité de la variance de la sortie du modèle à trois variables qui n'est pas prise en compte dans l'effet des variables seules et des interactions deux à deux et ainsi de suite jusqu'à l'ordre de variables maximum du modèle.
- L'indice de sensibilité total pour une variable d'entrée est défini comme la somme de tous les indices de sensibilité relatifs à cette variable.

Un des intérêts de ce travail est d'intégrer l'analyse de sensibilité pour des matériaux poreux. Des études plus avancées sur l'analyse de sensibilité de modèles de matériaux poreux ont été proposées par Bolton et Hong [22], [62] le but de ces études était d'appliquer des techniques rigoureuses d'analyse de sensibilité pour des matériaux poreux. Cette approche de sensibilité a aussi été appliquée dans l'article de Ouisse et al [87] dans un travail qui se concentre sur des techniques d'analyse globale de sensibilité.

Pour illustrer le sujet, les caractéristiques d'intérêt sont l'impédance acoustique et l'absorption acoustique d'un échantillon de matériau poreux limité par un mur rigide. Le modèle utilisé pour décrire les performances acoustiques était celui de Champoux-Allard ainsi que modèle de Biot-Allard qui dépend de cinq paramètres acoustiques. Une méthodologie générale qui peut être appliquée pour des modèles plus compliqués a alors été utilisée.

Les méthodes d'analyses de sensibilité utilisées par [87] étaient la méthode SOBOL [113] et la méthode FAST [37], deux exemples de méthodes d'analyse de sensibilité qui ont été utilisés pour des matériaux poreux. Dans tous les cas, la question principale de ces méthodes est d'obtenir des informations importantes sur les paramètres d'un modèle vis-à-vis de leur influence par rapport aux résultats que nous cherchons à obtenir [102].

Un examen approfondi des différentes méthodes d'analyse de sensibilité, y compris leurs avantages et leurs inconvénients, a été proposé par Helton et al. [55] et Freyetal [35]. Nous reviendrons sur la méthode FAST dans ce travail, elle a été appliquée pour l'étude des matériaux poreux que nous avons analysé. Une comparaison de ces méthodes peut être trouvée dans [101], [100], [103] et [30].

## 1.7 Optimisation et recalage du modèle

Dans la conception, construction et maintenance de systèmes mécaniques, les ingénieurs ont toujours besoin de prendre des décisions, qu'elles soient techniques ou managériales. L'objectif est souvent de réduire les efforts nécessaires ou de maximiser les bénéfices désirés.

A partir du moment où nous pouvons exprimer l'effort nécessaire ou les bénéfices désirés pour une expression en fonction de certaines variables, l'optimisation peut être définie comme le procédé de recherche de conditions pour arriver à la valeur maximum ou minimum de cette expression [96].

Il existe plusieurs méthodes d'optimisations, cherchant toutes à analyser et à résoudre analytiquement ou numériquement les problèmes qui consistent à déterminer le meilleur élément d'un ensemble (les variables), au sens d'un critère quantitatif donné (l'expression du problème). Les domaines d'application sont extrêmement variés.

Dans ce travail, cette approche sera de grande utilité pour l'identification des paramètres relatifs aux modèles de matériaux poreux. Le groupe de paramètres d'entrées varie selon le matériau poreux caractérisé. Nous cherchons à déterminer, de manière optimale, ce groupe de paramètres afin d'arriver à obtenir l'impédance acoustique ou les coefficients d'absorption qui caractérisent le mieux un matériau poreux à travers un modèle de mousse (Modèle de Biot-Allard). Des résultats expérimentaux et numériques sont confrontés et, à l'aide d'une optimisation, nous faisons le recalage des résultats. Cela nous conduit au groupe de paramètres mécaniques et de couplage qui caractérise le mieux l'échantillon utilisé dans les essais expérimentaux.

## 1.8 Matériaux composites

Actuellement, les matériaux composites sont de plus en plus intégrés aux produits de haute technologie. Ce qui était plus répandu initialement dans le secteur aérospatial est maintenant de plus en plus fréquent dans différents secteurs comme ceux du domaine automobile, du bâtiment, de l'électricité, des équipements industriels, etc. Dans chacun des marchés d'application, les performances remarquables des matériaux composites sont à l'origine de solutions technologiques innovantes.

Les matériaux composites sont un assemblage d'au moins deux composants, matériaux ou phases de différentes constitutions, ayant des propriétés mécaniques et physiques différentes les unes des l'autres [97, 45]. Les qualités de ces composants vont se compléter, en général, le but est d'acquérir des matériaux résultant encore plus performants que les matériaux traditionnels de cette association.

Habituellement, les matériaux composites disposent d'atouts importants par rapport aux matériaux traditionnels. Le matériau résultant peut apporter des avantages fonctionnels, améliorant la qualité des composants: légèreté, résistance mécanique et/ou chimique, maintenance réduite, liberté de formes, etc., possédant ainsi une ou plusieurs propriétés supérieures à celle des éléments

traditionnelles.

En termes pratiques, ils permettent d'augmenter la durée de vie de certains équipements grâce à leurs propriétés mécaniques comme une rigidité élevée ou leur une grande résistance à la fatigue et résistance aux agressions chimiques, comme la résistance à la corrosion par exemple. Ils contribuent au renforcement de la sécurité grâce à une meilleure tenue aux chocs et au feu. Nous pouvons aussi rencontrer certains de ces matériaux capables d'offrir une meilleure isolation thermique ou phonique et pour quelques uns, une bonne isolation électrique. Ils enrichissent les possibilités de conception, tout en permettant d'alléger des structures et de réaliser des formes complexes, aptes à remplir plusieurs fonctions [45].

Malgré leur coût de fabrication généralement supérieur à celui des matériaux traditionnels, les avantages obtenus avec des matériaux composites rendent leurs utilisations rentables.

Différentes classifications sont attribuées aux matériaux composites dans la littérature scientifique. Il peuvent être classés selon la morphologie des agents de renforcement ou selon leurs composants structuraux [114, 45]. Une deuxième classification subdivise les composites structuraux, qui sont à leur tour subdivisés en composites sandwichs et composites stratifiés [45].

En prenant en compte les remarquables atouts des composites pour de nombreuses utilisations, nous avons trouvé intéressant d'exposer les résultats obtenus à partir de l'association de différents matériaux. Dans notre cas précis, nous cherchons l'atténuation de nuisances sonores. Nous partons du principe que nous pouvons associer deux matériaux qui sont capables d'atténuer le bruit dans deux différentes bandes de fréquences. L'association de ceux-ci pourrait aboutir à un composite qui serait capable d'atténuer les nuisances sonores qui se situent dans une certaine bande de fréquence plus large. Le but recherché avec ces associations, est d'aboutir à un composite qui soit capable de contrôler le bruit dans des fréquences ciblées tout en étant moins encombrant et même parfois être plus léger qu'un matériau traditionnel.

Comme [27] l'avait mentionnée, bien que les matériaux composites peuvent offrir des avantages par rapport aux matériaux traditionnels, l'utilisation de ces derniers continue à se répandre puisque leurs comportements et performances sont mieux connus. Ce fait relève l'importance des études sur les comportements et performances des matériaux composites.

Dans la littérature, nous trouvons plusieurs articles qui abordent le sujet des matériaux composites en acoustique. Gourdon et al. [52] étudie des matériaux composites acoustiques dans lesquels ont été introduites des inclusions de matériaux poreux. Ces inclusions ont été disposées de façon périodique dans le matériau de base (rigide), lequel a été percé dans le sens de l'épaisseur rendant possible l'ajout des échantillons de matériaux poreux. Le modèle théorique de ce travail se base sur des hypothèses d'homogénéisation proposées par Boutin et al [23]. L'idée de l'expérience est d'obtenir un effet de diffusion de la pression déjà observé dans des cas de double porosité. Les données expérimentales sont comparées avec un modèle analytique. Elles ont pu aboutir à un gain d'absorption acoustique.

Dans le travail de [63], nous pouvons voir l'augmentation du coefficient de perte par trans-

mission de double panneaux constitués par des matériaux poreux-élastiques. Ils procèdent en introduisant des masselottes entre ces matériaux. Celles-ci vont fonctionner comme de petits systèmes masse-ressort-amortissement distribués. Ils montrent qu'il est possible de cibler certains modes pour réduire les niveaux de vibration et en conséquence le bruit. Ils arrivent à obtenir de bons résultats au-dessus des fréquences de 500 Hz avec moins de 10% d'addition de masse. Ils présentent alors la validation expérimentale de leur modèle numérique. Plusieurs travaux ont été présentés suivant la même idée, ils aboutissent à d'intéressants résultats sur l'augmentation du coefficient de perte par transmission [121] , [74], [81]. Nous retrouvons aussi des articles qui nous montrent qu'en positionnant soigneusement des neutralisateurs de vibrations sur une structure, nous pouvons réduire considérablement dans une bande de fréquences, les vibrations de plusieurs fréquences propres [43]. Il existe d'autres articles où des oscillateurs harmoniques sont couplés pour le contrôle de bruit [81]. Nous avons notamment les résonateurs de Helmholtz qui sont utilisés avec le même principe [44]. Ces dispositifs utilisent le phénomène de résonance de l'air dans une cavité.

Les options d'association de matériaux dans le but de réduire les nuisances sonores sont nombreuses. Chaque configuration apporte des avantages et inconvénient. Les caractéristiques de chaque configuration peuvent être appliquées que dans des cas bien précis ou moins adapté aux applications visées. Dans beaucoup de secteurs, la demande dans le domaine du contrôle de nuisances est très grande et c'est pourquoi nous avons trouvé important de présenter des mesures faites sur l'association de quelques matériaux intéressants.

## 1.9 Tube de Kundt

Dans le déroulé de ce travail, plusieurs essais expérimentaux ont été réalisés. Les mesures réalisées ont été essentiellement des mesures du coefficient d'absorption et de perte par transmission acoustique. Pour ceci, l'équipement utilisé a été un tube de Kundt figure 1.6.

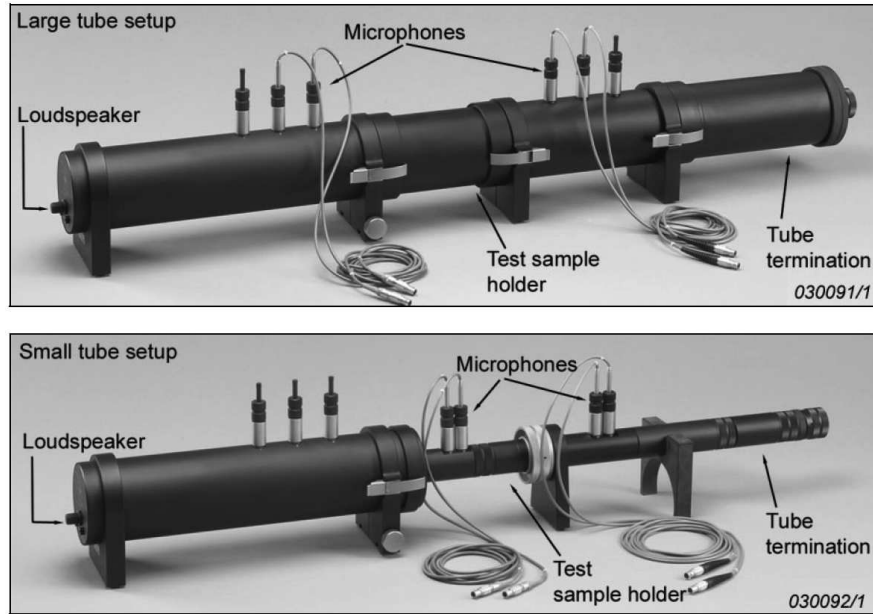


FIG. 1.6: Tube de Kundt

Le tube de Kundt permet de mettre en évidence des ondes stationnaires sonores dans un tube contenant de l'air ambiant. Il permet de mesurer en situation d'incidence normale le coefficient d'absorption d'énergie acoustique ou la perte d'énergie acoustique par transmission.

Dans l'annexe A il est présenté comment sont déterminées les amplitudes spatiales de la pression et comment est déterminé le coefficient de transmission avec le tube de Kundt.





# MODÈLE ET VALIDATION

## Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Introduction . . . . .</b>	<b>22</b>
<b>2.2</b>	<b>Présentation du modèle . . . . .</b>	<b>22</b>
2.2.1	Formulation ( $\mathbf{u}^s, \mathbf{u}^f$ ) de Biot-Allard . . . . .	23
2.2.2	Formulation ( $\mathbf{u}^s, p$ ) . . . . .	25
2.2.3	Conditions limites poreux-acoustique . . . . .	27
<b>2.3</b>	<b>Restriction Modèle 1D . . . . .</b>	<b>29</b>
<b>2.4</b>	<b>Implementation 3D . . . . .</b>	<b>29</b>
2.4.1	Sous-domaine Matériaux poreux . . . . .	30
2.4.2	Sous-domaine fluide . . . . .	31
2.4.3	Conditions limites poreux-acoustique . . . . .	32
2.4.4	Implémentation 3D du domaine élastique . . . . .	34
<b>2.5</b>	<b>Validation . . . . .</b>	<b>35</b>
2.5.1	Comparaison avec le cas-test fourni par le GAUS . . . . .	35
2.5.2	Comparaison avec des essais réalisés en tube de Kundt . . . . .	38
<b>2.6</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>41</b>

---

## 2.1 Introduction

Dans le but d'étudier le comportement de certains matériaux poreux en vibro-acoustique, nous utilisons souvent des modèles. Ils nous permettent d'étudier l'impact du positionnement du matériau dans différentes configurations. Cela nous évite de mettre en place des essais parfois compliqués ou coûteux tant au niveau du temps que sur le plan financier.

Le modèle utilisé doit être adapté à l'étude et fiable quant aux résultats attendus. Ici, notre principal objectif est l'aspect vibro-acoustique et nous allons rechercher l'atténuation de nuisances sonores en employant ce type de matériau.

La validation d'un modèle est généralement faite sur la comparaison de résultats obtenus soit avec des essais expérimentaux soit avec des résultats d'études déjà validés auparavant. Les paramètres utilisés doivent être aussi proches que possible des valeurs réelles afin de parvenir à l'obtention d'un modèle cohérent.

## 2.2 Présentation du modèle

Précisons d'emblée que nous nous plaçons en régime harmonique permanent, et que nous notons  $\omega$  la pulsation des phénomènes étudiés. Dans ce travail nous avons utilisé le modèle de Biot-Allard  $(\mathbf{u}^s, p)$ . Ce modèle physique est issu de la théorie originellement proposée par le physicien Belge Maurice Anthony Biot [16], qui permet de modéliser le comportement mécanique des matériaux poreux ou poro-élastiques. Son extension pour la description des phénomènes vibratoires et acoustiques au sein des matériaux est appelé modèle de Biot-Allard [6, 109].

Un matériau poreux est composé de deux milieux continus couplés, l'un solide et l'autre fluide interpénétrant. La théorie de Biot utilise une échelle macroscopique où l'on considère un volume élémentaire représentatif (VER), de petite dimension face à la longueur d'onde des ondes acoustiques et élastiques, et représentatif du milieu. Le matériau est supposé homogène. Le squelette solide vérifie les équations de l'élasticité linéaire (Loi de Hooke) et les pores sont saturés par la phase fluide.

Les équations de Biot permettent de décrire la propagation de trois ondes au sein du matériau, deux ondes longitudinales et une transversale: la phase solide permet le transport d'ondes de compression et de cisaillement alors que la phase fluide ne transporte que des ondes de compression .

Pour les matériaux poreux considérés, possédant un squelette élastique, c'est-à-dire déformable, le modèle de Biot est bien adapté. Dans ce contexte le modèle prend en compte le mouvement du fluide et du squelette. Le formalisme de la mécanique des milieux continus est utilisé pour décrire le matériau en considérant qu'il est formé d'une phase fluide et d'une phase solide couplées.

Le modèle utilisé possède 9 paramètres pour décrire le comportement du matériau : 4 paramètres mécaniques et 5 paramètres de couplage (Paramètres de Biot).

Le comportement de la phase solide du matériau étant considéré comme isotrope, les paramètres mécaniques sont le module d'Young ( $E$ ), le coefficient de Poisson ( $\nu$ ), le coefficient de perte ( $\eta$ ) et la masse volumique ( $\rho$ ).

Les paramètres de couplage sont la porosité ( $\phi$ ) qui représente le volume occupé par la phase fluide divisé par le volume total avec des valeurs généralement comprises entre 0,7 et 0,99; la résistivité ( $\sigma$ ) qui est la résistance à l'écoulement laminaire en régime permanent du fluide à travers les pores du matériau, de section et longueur unitaire; la tortuosité ( $\alpha_\infty$ ) qui rend compte des effets inertiels du fluide liés à la sinuosité et aux variations de sections des pores; la longueur caractéristique visqueuse ( $\Lambda$ ) représentant l'échelle où se produisent les phénomènes de dissipation visqueuse ne dépendant que de la géométrie du squelette, de l'ordre du rayon des plus petits pores où les vitesses sont les plus grandes; et enfin la longueur caractéristique thermique ( $\Lambda'$ ) représentant l'échelle où se produisent les phénomènes de dissipation thermique, toujours supérieure à la précédente, dépendant elle aussi de la géométrie. Elle donne une idée de la taille des pores les plus grands où les surfaces d'échange thermique sont les plus importantes.

### 2.2.1 Formulation ( $\mathbf{u}^s, \mathbf{u}^f$ ) de Biot-Allard

Les équations de Biot-Allard sont adaptées à l'étude de systèmes vibro-acoustiques complexes. Dans tout le travail, la phase fluide est saturée d'air à température ambiante. Dans les phases d'identification nous supposons connus les paramètres de l'air.

Les vecteurs déplacement du squelette et le déplacement moyen de l'air sont représentés respectivement par  $\mathbf{u}^s$  et  $\mathbf{u}^f$ , les déformations par  $e_{ij}^s$  et  $e_{ij}^f$ . Cette première formulation est appelée formulation ( $\mathbf{u}^s, \mathbf{u}^f$ ) de Biot-Allard.

Au besoin, les composantes des déplacements peuvent aussi être écrits en projection dans le repère lié au référentiel galiléen (coordonnées  $x$ ,  $y$  et  $z$ ), soit  $\mathbf{u}^s = \{u^s \ v^s \ w^s\}$  et  $\mathbf{u}^f = \{u^f \ v^f \ w^f\}$ .

Biot a développé un modèle Lagrangien à partir duquel les relations contraintes - déformations sont dérivées de l'énergie potentielle de déformation [70]. Cette formulation est valide quand la longueur d'onde est beaucoup plus grande que le volume élémentaire représentatif, comme cela est souligné dans [92].

Dans la théorie de Biot les équations constitutives de la poroélasticité s'écrivent :

$$\sigma_{ij}^s = \left[ (P - 2N) \theta^s + Q \theta^f \right] \delta_{ij} + 2N e_{ij}^s, \quad (2.1)$$

$$\sigma_{ij}^f = (-\phi p) = \left( Q \theta^s + R \theta^f \right) \delta_{ij}. \quad (2.2)$$

Dans les équations (2.1) et (2.2)  $\sigma_{ij}^f$  et  $\sigma_{ij}^s$  représentent respectivement les contraintes de la phase solide et fluide,  $\phi$  la porosité,  $\theta^s$  et  $\theta^f$  respectivement la dilatation du squelette solide et de l'air. Nous retrouvons aussi quatre constantes scalaires constitutives du milieu qui sont les coefficients d'élasticité représentés par  $P$ ,  $N$ ,  $Q$  et  $R$ . Leur détermination peut se faire par des

essais de Gedanken, comme suggéré par [17].  $Q$  est potentiellement un coefficient de couplage. Le terme  $Q\theta^f$  introduit la contribution de la dilatation de l'air sur les tensions présentes dans le squelette. Le terme  $Q\theta^s$  introduit la contribution de la dilatation de la partie squelette sur la variation de pression de l'air contenue dans le matériau poreux.

Les trois coefficients élastiques  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  sont définis par :

$$P = \frac{4}{3}N + K_b + \frac{(1-\phi)^2}{\phi}K_f, \quad (2.3)$$

$$Q = (1-\phi)K_f, \quad (2.4)$$

$$R = \phi K_f. \quad (2.5)$$

$K_f$  est le module de compression du fluide,  $K_b$  module de compression de la structure (à pression fluide constante) et  $N$  le module de cisaillement de la structure.

Le système d'équations des ondes associé à l'équilibre dynamique de la mousse peut être décrit par:

$$\omega^2 \tilde{\rho}_{ss} \mathbf{u}^s + \omega^2 \tilde{\rho}_{sf} \mathbf{u}^f + \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}^s = 0, \quad (2.6)$$

$$\omega^2 \tilde{\rho}_{ff} \mathbf{u}^f + \omega^2 \tilde{\rho}_{sf} \mathbf{u}^s - \phi \nabla p = 0, \quad (2.7)$$

où  $\tilde{\rho}_{ff}$  et  $\tilde{\rho}_{sf}$  sont respectivement la masse volumique dynamique complexe de la phase fluide du matériau poreux et le coefficient dynamique complexe de couplage massique entre les deux phases définis par

$$\tilde{\rho}_{ff} = \rho_{ff} + \frac{\tilde{b}}{i\omega}, \quad (2.8)$$

$$\tilde{\rho}_{sf} = \rho_{sf} - \frac{\tilde{b}}{i\omega}, \quad (2.9)$$

où  $\rho_{ff}$  est la masse apparente de la phase fluide du matériaux poreux,  $\rho_{sf}$  le coefficient de couplage massique entre les deux phases du matériau poreux et  $\tilde{b}$  est le facteur d'amortissement dû à l'effet visqueux. Ils sont définis par les relations suivantes :

$$\rho_{ff} = \phi \rho_0 \alpha_\infty, \quad (2.10)$$

$$\rho_{sf} = -\phi \rho_0 (\alpha_\infty - 1), \quad (2.11)$$

$\rho_0$  est la masse volumique de l'air.

$$\tilde{b} = \phi^2 \sigma \tilde{G}, \quad (2.12)$$

avec  $\tilde{G}$  le facteur de correction lié à l'existence de viscosité :

$$\tilde{G} = \sqrt{1 + \frac{i\omega}{H}}, \quad (2.13)$$

où  $H$  est la fréquence caractéristique visqueuse (Hz):

$$H = \frac{\sigma^2 \Lambda^2 \phi^2}{4\alpha_\infty^2 \eta \rho_0}. \quad (2.14)$$

Comme indiqué précédemment,  $\sigma$  est la résistivité du matériau poreux,  $\Lambda$  la longueur caractéristique visqueuse,  $\phi$  la porosité du matériau,  $\alpha_\infty$  la tortuosité du matériau poreux,  $\eta$  la viscosité dynamique de l'air et  $\rho_0$  la masse volumique de l'air.

### 2.2.2 Formulation $(\mathbf{u}^s, p)$

Une autre représentation, la formulation  $(\mathbf{u}^s, p)$  appelée aussi la formulation mixte, en termes de variables de déplacements de la phase solide et pression de la phase fluide  $(\mathbf{u}^s, p)$  a été proposée par [9]. Cette formulation permet de réécrire la formulation de Biot sur la base des déplacements associés au squelette et de la pression dans un fluide compressible saturant les pores. Le développement de cette formulation suppose que les propriétés du matériau soient homogènes. Nous notons qu'une formulation plus générale adaptée aux matériaux anisotropes et valide dans le domaine temporel a été proposée par [51].

Dans un contexte éléments finis, le principal avantage de cette formulation qui utilise la pression pour représenter le comportement de la phase fluide réside dans la diminution du nombre de degrés de liberté par nœud de 6 à 4, ce qui permet de diminuer les temps de calculs. Pour l'obtenir, le vecteur  $\mathbf{u}_f$  est remplacé par:

$$\mathbf{u}^f = \frac{\phi}{\tilde{\rho}_{ff}\omega^2} \nabla p - \frac{\tilde{\rho}_{sf}}{\tilde{\rho}_{ff}} \mathbf{u}^s \quad (2.15)$$

De cette manière, le déplacement du fluide  $\mathbf{u}^f$  est exprimé en fonction du déplacement de la phase solide  $\mathbf{u}^s$  et de la pression  $p$ .

En ce qui concerne les contraintes, nous avons:

$$\sigma_{ij}^t = \sigma_{ij}^s + \sigma_{ij}^f = \sigma_{ij}^s - \phi p \delta_{ij}. \quad (2.16)$$

Pour éliminer la dépendance du tenseur  $\sigma^s(\mathbf{u}^s, \mathbf{u}^f)$  nous combinons les équations (2.1) et (2.2):

$$\sigma_{ij}^s(\mathbf{u}^s) = \hat{\sigma}_{ij}^s(\mathbf{u}^s) - \phi \frac{\tilde{Q}}{\tilde{R}} p \delta_{ij} \quad (2.17)$$

avec  $\hat{\sigma}^s$  la contrainte du squelette dans le vide définie par

$$\hat{\sigma}_{ij}^s = \delta_{ij} \left( K_b - \frac{2}{3}N \right) \nabla \cdot \mathbf{u}^s + 2N e_{ij}^s. \quad (2.18)$$

Le tilde est utilisé pour signaler la présence d'amortissement et la possible dépendance à la fréquence des coefficients élastiques  $\tilde{Q}$  et  $\tilde{R}$ .

Ainsi  $\tilde{Q}$  et  $\tilde{R}$  sont des coefficients poroélastiques dynamiques complexes, définis par:

$$\tilde{Q} = (1 - \phi) \tilde{K}_f, \quad (2.19)$$

$$\tilde{R} = \phi \tilde{K}_f. \quad (2.20)$$

$\tilde{K}_f$  est le module de compressibilité dynamique. Il est défini par

$$\tilde{K}_f = \frac{\gamma p_0}{\gamma - (\gamma - 1) \left( 1 + \frac{H'}{2i\omega} \right)^{-1}} \quad (2.21)$$

où  $p_0$  est la pression atmosphérique (Pa),  $\gamma$  est le rapport des chaleurs spécifiques de l'air et  $H'$  est la fréquence caractéristique thermique (Hz) définie par

$$H' = \frac{16\eta}{Pr \Lambda'^2 \rho_0} \quad (2.22)$$

avec  $Pr$  le nombre de Prandtl et  $\Lambda'$  la longueur caractéristique thermique.

En éliminant tous les termes dépendant du déplacement de la phase fluide  $\mathbf{u}^f$  et en les réécrivant en fonction de  $p$  et  $\mathbf{u}^s$ , il est ainsi possible de réécrire les équations constitutives poroélastique dans une formulation mixte  $(\mathbf{u}^s, p)$  et de les incorporer dans le système d'équations d'ondes.

Pour la phase solide on obtient :

$$\nabla \cdot \hat{\sigma}_{(\mathbf{u}^s)}^s + \tilde{\rho} \omega^2 \mathbf{u}^s + \tilde{\gamma} \nabla p = 0, \quad (2.23)$$

et pour la phase fluide :

$$\Delta p + \frac{\tilde{\rho}_{ff}}{\tilde{R}} \omega^2 p + \frac{\tilde{\rho}_{ff}}{\phi^2} \tilde{\gamma} \omega^2 \nabla \cdot \mathbf{u}^s = 0 \quad (2.24)$$

avec  $\hat{\sigma}$  défini par l'équation (2.18) ,  $e_{ij}^s = \begin{bmatrix} \frac{\partial u^s}{\partial v^s} & \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\partial u^s}{\partial y} + \frac{\partial w^s}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\partial u^s}{\partial z} + \frac{\partial w^s}{\partial x} \right) \\ \frac{\partial v^s}{\partial y} & \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\partial v^s}{\partial z} + \frac{\partial w^s}{\partial y} \right) & \frac{\partial w^s}{\partial z} \\ (Sym) & & \end{bmatrix}$  et  $\mathbf{u}^s = \{u^s \ v^s \ w^s\}$ .

Le troisième terme dans chacune des deux équations ( $\tilde{\gamma}$ ) est responsable du couplage dynamique entre les deux phases. Ce terme va permettre de coupler les deux premiers termes de

l'équation (2.23) qui décrivent le comportement dynamique du matériau dans le vide et les deux premiers termes qui apparaissent dans l'équation (2.24) représentant le comportement du fluide quand la structure solide est supposée immobile. Les équations (2.23) et (2.24) représentent donc le système d'équations fluide structure couplé représentant le couplage poreux-acoustique.

### 2.2.3 Conditions limites poreux-acoustique

Les conditions de couplage entre un domaine acoustique et un domaine poroélastique décrit par la formulation  $(\mathbf{u}^s, \mathbf{u}^f)$  [109] sont :

1.  $\sigma_{ij}^t n_j = -p^a n_i$ ,
2.  $\frac{1}{\rho_0 \omega^2} \frac{\partial p^a}{\partial n} = (1 - \phi) u_n^s + \phi u_n^f$ ,
3.  $p = p^a$ .

Elles traduisent respectivement la continuité de la contrainte normale à la frontière, l'absence de flux de masse au travers de la frontière, et la continuité de la pression acoustique sur la frontière.

Pour adapter les conditions limites à la formulation mixte  $(\mathbf{u}^s, p)$ , il suffit de simplement substituer le vecteur déplacement du fluide  $\mathbf{u}^f$  en utilisant l'équation (2.15). Pour éliminer la dépendance de  $\mathbf{u}^f$  du tenseur  $\sigma^s = \sigma^s(\mathbf{u}^s, \mathbf{u}^f)$  il faut utiliser l'équation (2.17), afin que les conditions limites soient exprimées de la pression du fluide et non pas de son déplacement.

Pour la formulation mixte  $(\mathbf{u}^s, p)$  les trois conditions limites s'écrivent ainsi :

1.  $-\hat{\sigma}_{ij}^s n_j = -\phi p \delta_{ij} \left( \frac{\bar{Q}}{R} + 1 \right) n_j + p^a n_i$ ,
2.  $-\nabla p n_j = \left( \frac{\bar{\rho}_{ff}}{\phi^2} - \rho_0 \right) \omega^2 u_n^s - \frac{\bar{\rho}_{ff}}{\rho_0 \phi^2} \nabla p n_j$ ,
3.  $p = p^a$ .

### Modélisation du domaine élastique

Dans le cas où un domaine élastique est considéré dans le problème, la théorie classique de l'élasticité est utilisée.

L'équation de la dynamique du milieu élastique s'écrit

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_e = -\rho \omega^2 \mathbf{u} \quad (2.25)$$

où  $\rho_m$  est la masse volumique des masselottes,  $\mathbf{u} = \{u \ v \ w\}^T$ . Le tenseur des contraintes  $\boldsymbol{\sigma}_e$  s'écrit :

$$\boldsymbol{\sigma}_e = \sigma_{ij}^e = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.26)$$



avec  $\tau_{xy} = \tau_{yx}, \tau_{xz} = \tau_{zx}, \tau_{yz} = \tau_{zy}$ .

Si le matériau est isotrope, les relations contraintes déformations s'écrivent

$$\sigma_{xx} = 2G \left[ \epsilon_x + \frac{\nu}{1-2\nu} (\epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z) \right] \quad (2.27)$$

$$\sigma_{yy} = 2G \left[ \epsilon_y + \frac{\nu}{1-2\nu} (\epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z) \right] \quad (2.28)$$

$$\sigma_{zz} = 2G \left[ \epsilon_z + \frac{\nu}{1-2\nu} (\epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z) \right] \quad (2.29)$$

$$\tau_{xy} = G\gamma_{xy} \quad (2.30)$$

$$\tau_{xz} = G\gamma_{xz} \quad (2.31)$$

$$\tau_{yz} = G\gamma_{yz} \quad (2.32)$$

où  $G$  est le module de cisaillement des masselottes et  $\nu$  le coefficient de poisson.  $\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \epsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}$  sont les déformations normales selon les axes  $x, y$  et  $z$ .  $\gamma_{xy} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), \gamma_{xz} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right), \gamma_{yz} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)$  sont les déformations de cisaillement.

### Couplage poreux-élastique:

Sur une interface entre un matériau poroélastique et un milieu élastique, les conditions de couplage sont définies par les expressions suivantes :

1.

$$\sigma_{ij}^t \cdot n_j = \sigma_{ij}^e \cdot n_j \quad (2.33)$$

2.

$$\Phi \left( u_n^f - u_n^s \right) = 0 \quad (2.34)$$

3.

$$u_i^s = u_i^e \quad (2.35)$$

La première équation assure la continuité des contraintes normales à l'interface. La deuxième équation exprime le fait de ne pas avoir de flux relatif de masse à travers de l'interface et la troisième équation assure la continuité du vecteur déplacement du solide.

L'adaptation de ces conditions à la formulation utilisant la pression se fait sans difficulté. Pour la première des trois équations nous substituons la valeur de  $\sigma_{ij}^t$  par l'expression

$$\sigma_{ij}^t = \sigma_{ij}^s + \sigma_{ij}^f = \tilde{\sigma}_{ij}^s - \phi \left( 1 + \frac{\tilde{Q}}{\tilde{R}} \right) p I_{ij} \quad (2.36)$$

les conditions de couplage sont donc définies par les expressions suivantes :

1. 
$$\left[ \tilde{\sigma}_{ij}^s - \Phi \left( 1 + \frac{\tilde{Q}}{\tilde{R}} \right) p I_{ij} \right] \cdot n_j = \sigma_{ij}^e \cdot n_j \quad (2.37)$$

2. 
$$\Phi \left( u_n^f - u_n^s \right) = 0 \quad (2.38)$$

3. 
$$u_i^s = u_i^e \quad (2.39)$$

### 2.3 Restriction Modèle 1D

Il est intéressant d'exposer ici quelques informations comparant les modèles 1D avec des approches 3D. Nous avons également utilisé un modèle unidimensionnel (1D) implémenté dans Matlab [82]. Ce modèle permet de réduire les coûts de calculs par rapport aux implémentations 3D puisque la restriction monodimensionnelle permet une résolution analytique. Les modèles 3D conduisent généralement à des calculs coûteux puisqu'ils exigent un maillage plus complet et adapté pour chacune de trois dimensions. La théorie 1D se base sur des hypothèses cinématiques négligeant les déformations des sections droites.

En fonction de l'objectif de la simulation désirée, il faut s'assurer que la théorie retenue permettra d'accéder aux résultats recherchés.

Typiquement la théorie 1D ne donne pas toutes les composantes du tenseur des contraintes. Cela limite son utilisation notamment lorsque l'on cherche à calculer une quantité localisée au voisinage d'une condition aux limites. Dans ce cas, il faudra choisir une théorie capable de représenter les effets de bord. La fiabilité des résultats sera fortement liée à l'introduction correcte des conditions aux limites du problème étudié.

Recherchant un modèle plus complet nous avons implémenté la théorie présentée antérieurement pour obtenir un modèle 3D. Cette implémentation est expliquée dans la suite.

### 2.4 Implémentation 3D

Afin de réaliser une implémentation d'un modèle 3D de la théorie de Biot Allard, la méthode des éléments finis (EF) a été utilisée à l'aide du logiciel Comsol Multiphysics [4]. Nous avons utilisé le mode Equations aux Dérivées Partielles (EDP) sous la forme générale qui nous permet d'entrer directement les équations de notre modèle.

Nous avons représenté dans ce modèle un domaine pour le matériau poreux et un domaine pour l'air. Nous avons implémenté ce modèle pour représenter les essais réalisés dans un tube de Kundt. Les résultats nous permettront de comparer les résultats obtenus avec des valeurs

réelles. Les équations respectives au matériau poreux et à l'air ont été organisées de sorte que nous puissions les rentrer correctement sous la forme EDP.

La représentation de la géométrie sur l'image (2.1), partie en bleu montre le domaine contenant uniquement de l'air. Les capteurs de pression, deux microphones acoustiques, sont représentés par les points PT1 et PT2. La partie en rouge représente l'échantillon de mousse que nous allons modéliser.

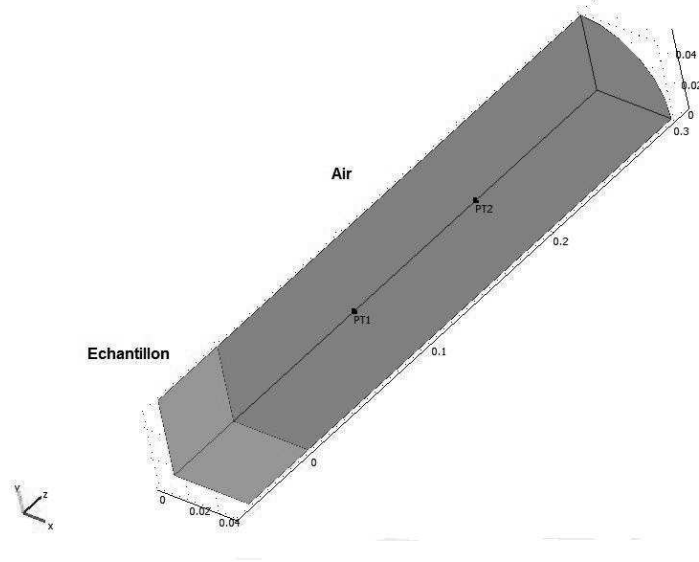


FIG. 2.1: Géométrie: Tube de Kundt

### 2.4.1 Sous-domaine Matériaux poreux

Dans la formulation mixte  $(\mathbf{u}^s, p)$  de Biot-Allard, les variables utilisées dans ce sous-domaine sont donc  $u^s$  (déplacement selon axe x),  $v^s$  (déplacement selon axe y),  $w^s$  (déplacement selon axe z),  $p$  (pression) et les équations ont été organisées sous la forme générique suivante :

$$\nabla \cdot \Gamma_1 = F_1. \quad (2.40)$$

Les équations (2.23) et (2.24) décrivant le comportement dynamique du milieu poroélastique sont donc écrites de la manière suivante :

$$\nabla \cdot \hat{\sigma}_{(\mathbf{u}^s)}^s = -\tilde{\rho}\omega^2 \mathbf{u}^s - \tilde{\gamma} \nabla p, \quad (2.41)$$

$$\Delta p = -\frac{\tilde{\rho}_{ff}}{\tilde{R}} \omega^2 p - \frac{\tilde{\rho}_{ff}}{\phi^2} \tilde{\gamma} \omega^2 \nabla \cdot \mathbf{u}^s. \quad (2.42)$$

Ainsi nous noterons

$$\Gamma_f = \nabla p = \left\{ \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial p}{\partial y} \frac{\partial p}{\partial z} \right\}, \quad (2.43)$$

et

$$\Gamma_s = \hat{\sigma}_{(\mathbf{u}^s)}^s \quad (2.44)$$

avec la contrainte du squelette dans le vide  $\hat{\sigma}_{(\mathbf{u}^s)}^s$  définie par l'expression (2.18).

Nous noterons aussi

$$F_s = -\tilde{\rho}\omega^2\mathbf{u}^s - \tilde{\gamma}\nabla p \quad (2.45)$$

et

$$F_f = -\frac{\tilde{\rho}_{ff}}{\tilde{R}}\omega^2 p - \frac{\tilde{\rho}_{ff}}{\phi^2}\tilde{\gamma}\omega^2\nabla \cdot \mathbf{u}^s \quad (2.46)$$

ce qui nous permet de définir

$$\Gamma_1 = \begin{bmatrix} \Gamma_s \\ \Gamma_f \end{bmatrix}. \quad (2.47)$$

Ainsi pour le sous-domaine poroélastique nous avons :

$$\Gamma_1 = \begin{bmatrix} (A\nabla \cdot \mathbf{u}^s + 2N) \frac{\partial u^s}{\partial x} & N \left( \frac{\partial u^s}{\partial y} + \frac{\partial v^s}{\partial x} \right) & N \left( \frac{\partial u^s}{\partial z} + \frac{\partial w^s}{\partial x} \right) \\ N \left( \frac{\partial u^s}{\partial y} + \frac{\partial v^s}{\partial x} \right) & (A\nabla \cdot \mathbf{u}^s + 2N) \frac{\partial v^s}{\partial y} & N \left( \frac{\partial v^s}{\partial z} + \frac{\partial w^s}{\partial y} \right) \\ N \left( \frac{\partial u^s}{\partial z} + \frac{\partial w^s}{\partial x} \right) & N \left( \frac{\partial v^s}{\partial z} + \frac{\partial w^s}{\partial y} \right) & (A\nabla \cdot \mathbf{u}^s + 2N) \frac{\partial w^s}{\partial z} \\ \frac{\partial p}{\partial x} & \frac{\partial p}{\partial y} & \frac{\partial p}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

avec  $A = \frac{2\nu N}{1-2\nu}$ ,  $N = \frac{E}{2(1-\nu)}(1 + \eta j)$  et  $\nabla \cdot \mathbf{u}^s = \frac{\partial u^s}{\partial x} + \frac{\partial v^s}{\partial y} + \frac{\partial w^s}{\partial z}$  et finalement

$$F_1 = \begin{bmatrix} -\omega^2\tilde{\rho}u^s - \tilde{\gamma}\frac{\partial p}{\partial x} \\ -\omega^2\tilde{\rho}v^s - \tilde{\gamma}\frac{\partial p}{\partial y} \\ -\omega^2\tilde{\rho}w^s - \tilde{\gamma}\frac{\partial p}{\partial z} \\ -\omega^2\tilde{\rho}_{ff}\left(\frac{p}{\tilde{R}} + \frac{\tilde{\gamma}\nabla \cdot \mathbf{u}^s}{\Phi^2}\right) \end{bmatrix}. \quad (2.49)$$

### 2.4.2 Sous-domaine fluide

Cette sous-section présente l'implémentation de la formulation pour le sous-domaine fluide, représenté par la partie en bleu de la figure 2.1. Ici la variable considérée est la pression  $p^a$ . Le fluide considéré est de l'air.

L'équation classique de propagation des ondes s'écrit :

$$\Delta p - \frac{\omega^2 p^a}{c_0^2} = 0. \quad (2.50)$$

Cette équation peut être réécrite sous la forme  $\nabla \cdot \nabla p^a = -\frac{\omega^2 p^a}{c_0^2}$  pour que nous puissions l'écrire sous la forme requise par le logiciel, à savoir  $\nabla \cdot \Gamma_2^a = F^a$ . Avant cela nous multiplions

tous les termes par  $\frac{\tilde{\rho}_{ff}}{\rho_0 \cdot \Phi^2}$  pour prendre en compte des conditions de sauts de gradient de pression à l'interface fluide/matériau poreux. Cette condition est expliquée ci dessous.

#### Observation pour la condition de saut:

L'équation de couplage poreux-acoustique s'écrit de la manière suivante (voir partie 2.2.3) :

$$-n_j \nabla p^a = \left( \frac{\tilde{\rho}_{ff}}{\phi^2} - \rho_0 \right) \omega^2 u_n^s - \frac{\tilde{\rho}_{ff}}{\rho_0 \phi^2} n_j \nabla p^a \quad (2.51)$$

Afin d'être compatible à la formulation générique  $-n \cdot (\Gamma_f - \Gamma^a) = G$  nous devons la réécrire sous la forme :

$$-n_j \left( \nabla p - \frac{\tilde{\rho}_{ff}}{\rho_0 \omega^2} \nabla p^a \right) = \frac{\tilde{\rho}_{ff}}{\Phi^2} - \rho_0 \omega^2 u_n^s. \quad (2.52)$$

compatible à l'expression des conditions aux limites de Neuman associées à (2.40).

Ainsi en utilisant  $\Gamma^a = \frac{\tilde{\rho}_{ff}}{\rho_0 \omega^2} \nabla p^a$ , ce qui revient à multiplier (2.50) par  $\frac{\tilde{\rho}_{ff}}{\rho_0 \omega^2}$ , nous obtenons finalement :

$$\nabla \cdot \Gamma^a = F^a, \quad (2.53)$$

$$\Gamma^a = \left| \begin{array}{ccc} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\tilde{\rho}_{ff}}{\rho_0 \Phi^2} & \frac{\partial p}{\partial y} \frac{\tilde{\rho}_{ff}}{\rho_0 \Phi^2} & \frac{\partial p}{\partial z} \frac{\tilde{\rho}_{ff}}{\rho_0 \Phi^2} \end{array} \right|, \quad (2.54)$$

et

$$F^a = \left\{ \frac{-\omega^2 \cdot p \cdot \tilde{\rho}_{ff}}{c_0^2 \cdot \rho_0 \Phi^2} \right\}. \quad (2.55)$$

#### 2.4.3 Conditions limites poreux-acoustique

Sur la figure 2.2, les frontières ont été représentées et numérotées pour faciliter la visualisation du problème. Les frontières numérotées en bleu-clair sont les surfaces extérieures et les frontières en bleu-foncé sont celles qui sont à l'intérieur du tube.

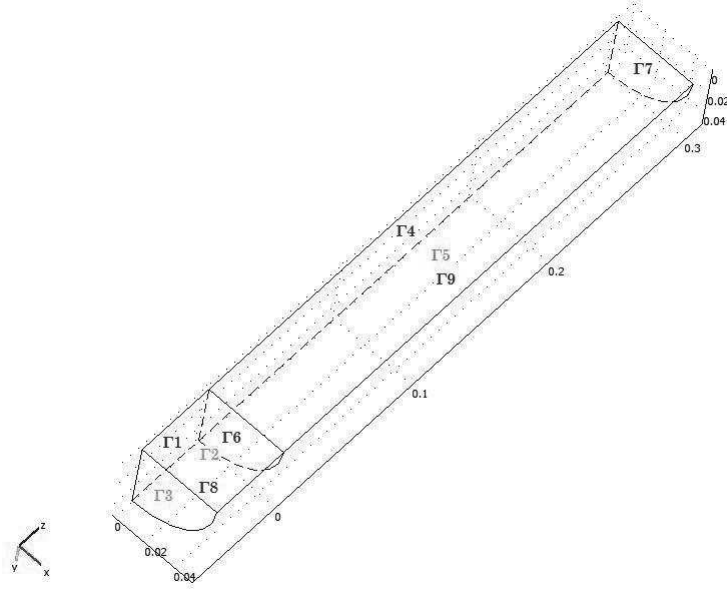


FIG. 2.2: Frontières géométriques

Comme indiqué dans la section 2.2.3 nous avons trois conditions limites. Elles sont réorganisées et réécrites sous la suivante forme :

$$-n \cdot (\Gamma_s) = F_s \quad (2.56)$$

$$-n \cdot (\Gamma_f - \Gamma^a) = -n \cdot (F_f - F^a) \quad (2.57)$$

$$p^a = p \quad (2.58)$$

sur  $\Gamma_6$ , où nous avons  $\Gamma_s$  défini par l'expression (2.44) et  $F_s$  par l'expression (2.45).  $\Gamma_f$  et  $\Gamma^a$  sont respectivement définies par les expressions (2.43) et (2.54) et  $F_f$  et  $F^a$  définis respectivement par les expressions (2.46) et (2.55) sur une condition de saut prise en compte dans le sous-domaine acoustique, comme nous pouvons le constater dans les expressions (2.54) et (2.55). Donc, les trois conditions sont finalement réécrites :

$$-(\hat{\sigma}^s) \cdot n_j = \left[ 1 - \Phi \left( \frac{\tilde{Q}}{\tilde{R}} \right) \right] p \mathbf{I} \cdot \mathbf{n} \quad (2.59)$$

$$-\left( \nabla p - \frac{\tilde{\rho}_{ff}}{\rho_0 \cdot \Phi^2} \nabla p \right) n_j = \left( \frac{\tilde{\rho}_{ff}}{\Phi^2} - \rho_0 \right) \omega^2 u_n^s \quad (2.60)$$

$$p^a = p \quad (2.61)$$

sur  $\Gamma_6$ .

Nous substituons la pression du domaine acoustique  $p^a$  par la pression du domaine poreux  $p$  dans la première condition au limite (2.59).

Les conditions limites (2.59) et (2.60) sont appliquées dans le sous-domaine matériaux poreux sur la limite 6 comme condition de Robin.

Sur la frontière 7 nous avons insérer la source de pression unitaire  $p = 1$ . Elle représente la valeur de la pression  $p^a = 1$  provenant d'un milieu acoustique.

Les conditions limites pour le reste des frontières que nous pouvons voir dans la figure 2.2 sont dans le tableau 2.1 pour simplifier la visualisation.

Conditions aux limites:			
Frontière	Condition	Type d'équation	Expression
1	de symétrie	Dirichlet	$r = \{u^s \ 0 \ 0 \ 0\}^T$
2	de symétrie	Dirichlet	$r = \{0 \ v^s \ 0 \ 0\}^T$
3	de symétrie	Dirichlet	$r = \{u^s \ v^s \ w^s \ 0\}^T$
4	limite	Neumann	$g = 0$
5	limite	Neumann	$g = 0$
7	limite	Dirichlet	$r = (1 - p)$
8	limite	Dirichlet	$r = \{u^s n_x + v^s n_y \ 0 \ 0 \ 0\}^T$
9	limite	Neumann	$g = 0$

TAB. 2.1: Conditions aux limites

Nous avons ainsi intégré toutes les équations et conditions aux limites nécessaires à la modélisation d'un matériau poreux.

#### 2.4.4 Implémentation 3D du domaine élastique

Comme nous avons pu le voir dans le chapitre précédant les équations différentielles régissant le comportement au sein des sous-domaines dans le mode Comsol que nous avons choisi doivent être écrites sous la forme

$$\nabla \cdot \Gamma = F \quad (2.62)$$

Les équations de la dynamique du milieu élastique s'écrivent immédiatement sous cette forme puisque

$$\nabla \cdot \sigma = -\rho_m \omega^2 \mathbf{u} \quad (2.63)$$

Les conditions de couplage poreux-élastique s'écrivent :

$$-\tilde{\sigma}_{ij}^s \cdot n_j = -\left[ \Phi \left( 1 + \frac{\tilde{Q}}{\tilde{R}} \right) \right] \quad (2.64)$$

## 2.5 Validation

Dans nos travaux, nous avons utilisé deux implémentations différentes de la formulation  $(u,p)$  de Biot-Allard (1D analytique et 3D éléments finis). Afin de valider ces implémentations, nous avons utilisé un cas test fourni par le Groupe d'Acoustique de l'Université de Sherbrooke (GAUS), disponible dans [83]. Les résultats ont alors été comparés pour valider notre approche.

### 2.5.1 Comparaison avec le cas-test fourni par le GAUS

Le cas-test fourni par le GAUS [83] consiste à déterminer l'impédance surfacique d'un échantillon de fibre de verre limité d'un coté par un mur rigide et libre de l'autre coté. Une solution analytique de ce problème est disponible dans [6]. Il est excité par une onde acoustique d'incidence normale. Le schéma du problème est présenté figure 2.3.

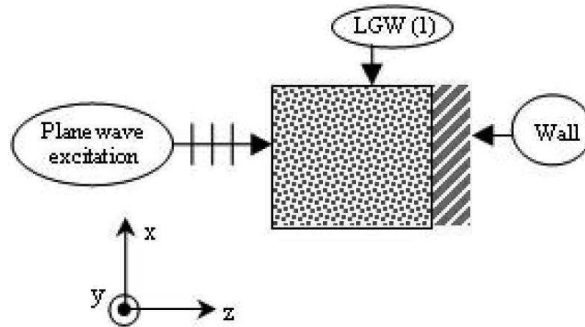


FIG. 2.3: Schéma du cas-test fourni par le GAUS [83]

L'épaisseur de l'échantillon est de 10 cm. Les paramètres qui définissent la fibre de verre sont présentés dans le tableau 2.2.



Paramètres de Couplage:		
Paramètre	Unité	Valeur
$\Phi$	[-]	0.99
$\sigma$	[N.s.m <sup>-4</sup> ]	9000
$\alpha_\infty$	[-]	1
$\Lambda$	[ $\mu\text{m}$ ]	192
$\Lambda'$	[ $\mu\text{m}$ ]	384
Paramètres Mécanique:		
Paramètre	Unité	Valeur
E	[kPa]	440
$\nu$	[-]	0
$\rho$	[Kg.m <sup>-3</sup> ]	16
$\eta$	[%]	0.1

TAB. 2.2: Paramètres de la fibre de verre

Ce cas-test a donc été analysé avec nos deux implémentations, et les résultats ont été comparés avec les ceux présentés dans [83].

La figure 2.4 tirée de [83] montre les valeurs des parties réelles et imaginaire de l'impédance surfacique obtenues numériquement et expérimentalement par les auteurs. Pour l'analyse numérique, ils ont utilisé deux technique, la Méthode des éléments finis et la méthode appelée MNS/Nova [83].

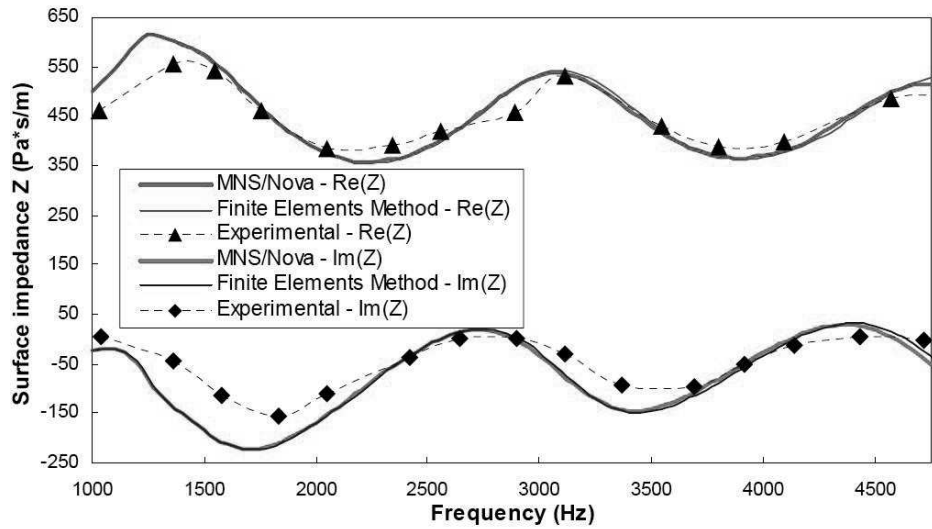


FIG. 2.4: Résultats fournis pour le cas-test GAUS (figure tirée de [83])

Les figures 2.5 et figure 2.6 présentent respectivement les comparaisons entre les résultats issus de nos implémentations et les résultats de référence en terme de partie réelle et partie imaginaire de l'impédance de surface en incidence normale, sur la bande de fréquences 1000-3000 Hz.

Les légendes font référence respectivement aux valeurs expérimentales de [83] (ExR), aux résultats de la méthode élément finis de [83] (EFR), à nos résultats analytiques 1D (AnR) et à nos résultats provenant de l'implémentation 3D de la méthode élément finis (CoR).

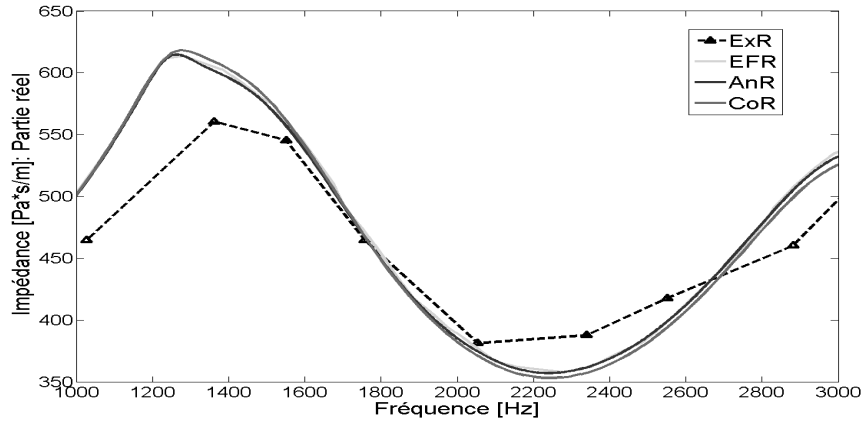


FIG. 2.5: Résultats du cas-test : partie réelle de l'impédance de surface (ExR : valeurs expérimentales [83] ; EFR : méthode des élément finis [83] ; AnR : résultats analytiques 1D ; CoR : résultats éléments finis 3D)

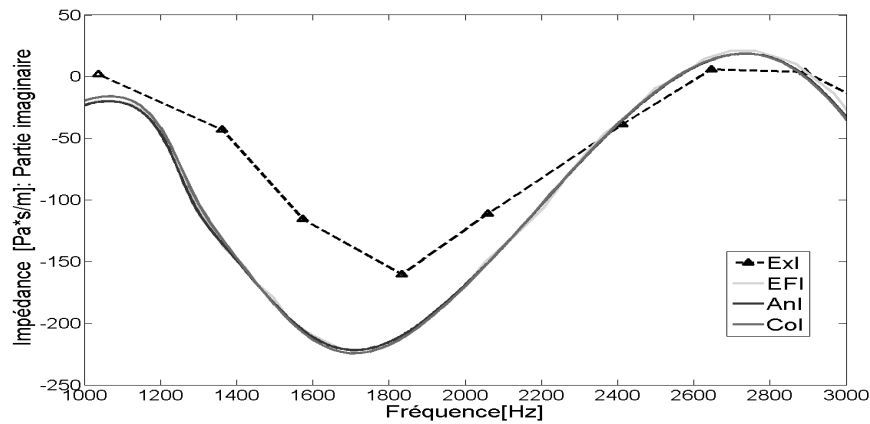


FIG. 2.6: Résultats du cas-test : partie imaginaire de l'impédance de surface (ExR : valeurs expérimentales [83] ; EFR : méthode des élément finis [83] ; AnR : résultats analytiques 1D ; CoR : résultats éléments finis 3D)

Cette comparaison nous a permis de valider nos implémentations numériques. Nous avons pu

aussi ajuster la précision du maillage 3D grâce à une analyse de convergence pour des analyses sur une bande fréquentielle limitée à 3000 Hz. La taille de maille nominale dans le sous-domaine fluide a été finalement choisie égale à 0,3051 m alors qu'elle est limitée à 0,009 m au sein du domaine poroélastique. Ces dimensions nous apportent une précision satisfaisante pour les études envisagées. Ces tailles de mailles conduisent, pour le modèle présenté, à un total de 29619 degrés de liberté pour 5158 éléments tétraédriques quadratiques de Lagrange.

### 2.5.2 Comparaison avec des essais réalisés en tube de Kundt

Nous avons également réalisé des essais sur un tube de Kundt afin de comparer nos calculs à des résultats expérimentaux. Pour cela, nous avons utilisé un échantillon de mousse de mélamine d'épaisseur 47 cm, que nous avons appelé 'E3' (figure 2.7). Les paramètres du matériaux ont été initialement définis à partir de données bibliographiques [111], [75], [21], [49], [50], [68], [69] et [117].



FIG. 2.7: Echantillon E3

Ces valeurs ont ensuite été ajustées 'manuellement' à partir du modèle 1D en considérant les incertitudes concernant certains paramètres. La variation des données d'un essai à l'autre et d'un échantillon à l'autre nécessite cet ajustement car nous n'avons pas toutes les informations décrivant chaque échantillon. La détermination expérimentale de chacun de ces paramètres requiert l'utilisation de diverses méthodes spécifiques, ce qui est coûteux au niveau du temps et matériel.

Le modèle 1D nous permet de faire ces calculs relativement rapidement et de recalculer la courbe expérimentale avec la courbe numérique. Nous proposerons plus loin une stratégie pour

déterminer des valeurs acceptables pour ces paramètres d'un point de vue du comportement global du matériau.

Les paramètres finalement adoptés sont présentés dans le tableau 2.3. La comparaison des trois différents résultats obtenus est exposée graphiquement sur les figures 2.8 (coefficient d'absorption) et 2.9 (impédance de surface).

Paramètres de Couplage:		
Paramètre	Unité	Valeur
$\Phi$	[-]	0.99
$\sigma$	[N.s.m <sup>-4</sup> ]	1200
$\alpha_\infty$	[-]	1.2
$\Lambda$	[ $\mu\text{m}$ ]	100
$\Lambda'$	[ $\mu\text{m}$ ]	175
Paramètres Mécanique:		
Paramètre	Unité	Valeur
E	[kPa]	122000
$\nu$	[-]	0.18
$\rho$	[Kgm <sup>-3</sup> ]	14.5
$\eta$	[%]	0.13

TAB. 2.3: Paramètres de Couplage et Paramètres Mécanique adoptés pour l'échantillon de mousse de Mélamine E3

Sur ces courbes, la dénomination ExpE3 se réfère aux données expérimentales, AnE3 est utilisé pour les résultats analytiques 1D et CoE3 correspond aux résultats éléments finis 3D calculés avec Comsol.

Comme nous pouvons le constater, les figures 2.8 et 2.9 présentent des courbes similaires. Le modèle éléments finis coïncide quasi parfaitement avec le modèle analytique, à la fois en terme de coefficient d'absorption, mais également en terme d'impédance. Les deux implémentations conduisent à des résultats très proches de ceux mesurés expérimentalement. Jusqu'à 1200 Hz, la corrélation est très bonne. Au-delà, on s'aperçoit que des oscillations mesurées sur la partie réelle de l'impédance de surface ne sont pas correctement représentées par les simulations. Notons cependant que l'écart résultant en terme de coefficient d'absorption reste très faible.

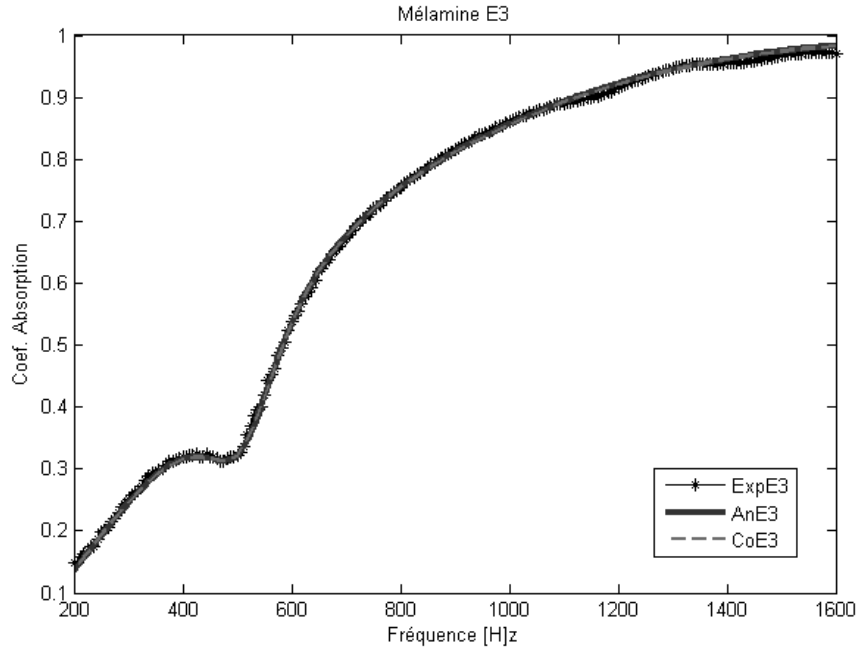


FIG. 2.8: Coefficient d'absorption échantillon E3 (ExpE3 : données expérimentales ; AnE3 : modèle analytique 1D ; CoE3 : modèle éléments finis 3D)

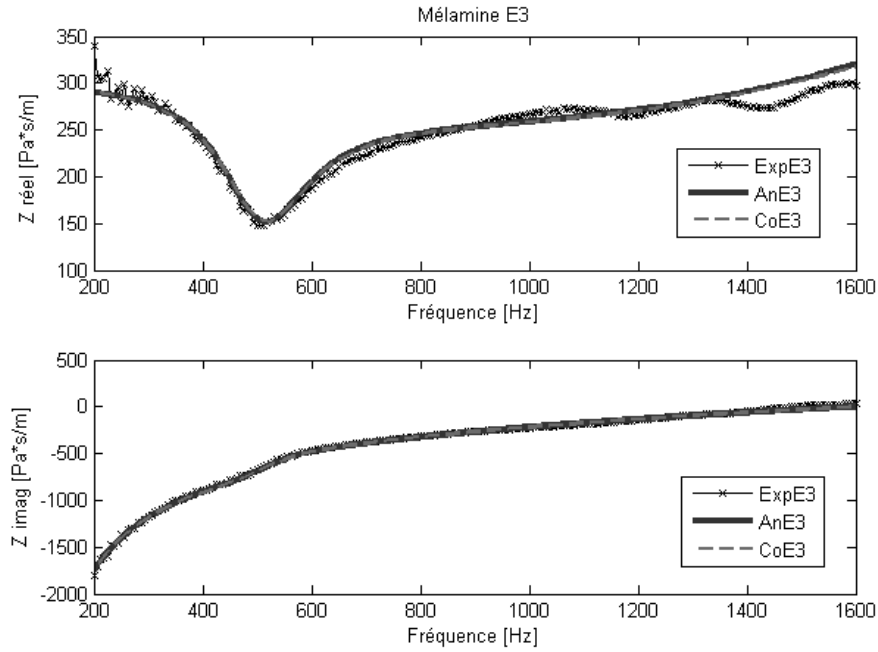


FIG. 2.9: Impédance surfacique échantillon E3 (ExpE3 : données expérimentales ; AnE3 : modèle analytique 1D ; CoE3 : modèle éléments finis 3D)

### 2.6 Conclusion

Nous avons opté pour la théorie de Biot-Allard pour la modélisation des matériaux poro-élastiques homogènes. Les équations et la manière dont elles ont été implémentées sur éléments finis ont été présentées dans ce chapitre.

La formulation utilisée dans un modèle 1D Matlab et 3D sur Comsol a été comparée avec des valeurs expérimentales et numériques tirées la littérature [83] concernant un échantillon de fibre de verre. Nous avons aussi comparé les résultats numériques avec des mesures réalisées en tube de Kundt sur un échantillon de mousse de mélamine.

La comparaisons des résultats numériques issus du cas-test pris comme référence (figures 2.5 et 2.6), montre que les écarts entre les courbes sont suffisamment faibles pour valider le modèle pour nos futures applications. Les essais expérimentaux réalisés sur un échantillon de mousse de Mélamine confirment cette validation, comme nous l'avons observé dans les figures 2.8 et 2.9.



# ETUDE DES MOUSSES COMPOSITES

## Sommaire

<b>3.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>44</b>
<b>3.2</b>	<b>Inclusion des masselottes:</b>	<b>44</b>
<b>3.3</b>	<b>Validation de la conception</b>	<b>47</b>
3.3.1	Sous domaine des masselottes sur COMSOL:	47
3.3.2	Couplage poreux-élastique	48
3.3.3	Simulation	48
3.3.4	Analyse des résultats	51
<b>3.4</b>	<b>Validation expérimentale</b>	<b>52</b>
<b>3.5</b>	<b>Confrontation calculs-essais</b>	<b>57</b>
<b>3.6</b>	<b>Essais avec une plaque micro-structurée</b>	<b>57</b>
3.6.1	Description des essais	59
3.6.2	Positionnement des échantillons	60
3.6.3	Analyse des résultats	65
3.6.4	Conclusion	66
3.6.5	Système de mesures amélioré	66



### 3.1 Introduction

Toujours dans l'intention d'améliorer le confort acoustique, nous abordons dans ce chapitre l'association d'une mousse avec des masselottes et une peau métallique microstructurée. L'objectif ici est d'évaluer l'influence de ces inclusions à basses fréquences. Plusieurs tests de perte par transmission acoustique ont été réalisés afin de caractériser le comportement de la mousse. A l'aide d'un tube de Kundt, nous avons pu prendre les mesures expérimentales d'une mousse avec inclusion de masselottes ainsi que les mesures de cette même mousse associée à une peau microstructurée.

### 3.2 Inclusion des masselottes :

Dans un premier temps, nous avons étudié l'impact de la présence d'inclusions métalliques dans le matériau considéré. Cet impact a été mesuré expérimentalement par comparaison avec la mousse homogène, et numériquement grâce à simulation tridimensionnelle du composite. Des études comme celle [52] ont été déjà réalisées sur le sujet.

L'échantillon de mousse choisi est un échantillon de 0,047m de mélamine que nous appelons échantillon "E3". Plusieurs mesures ont été effectuées pour d'aboutir à des courbes de référence et pouvoir ensuite, les comparer avec celles du même échantillon mais contenant cette fois, des masselottes fixées en son milieu. Nous pouvons voir les courbes d'absorption et d'impédance obtenues sur les figures 3.1 et 3.2.

Les différentes courbes des figures 3.1 et 3.2 correspondent à plusieurs mesures effectuées sur l'échantillon E3. Elles ont été obtenues dans diverses conditions de montage en appliquant plus ou moins de force latérale lors du positionnement de l'échantillon dans le tube.

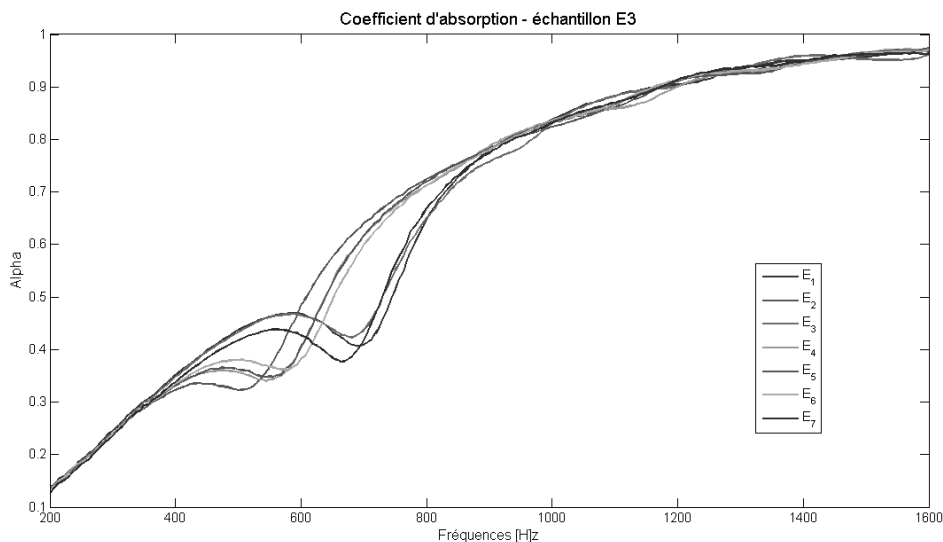


FIG. 3.1: Mesures du Coefficient d'absorption échantillon E3

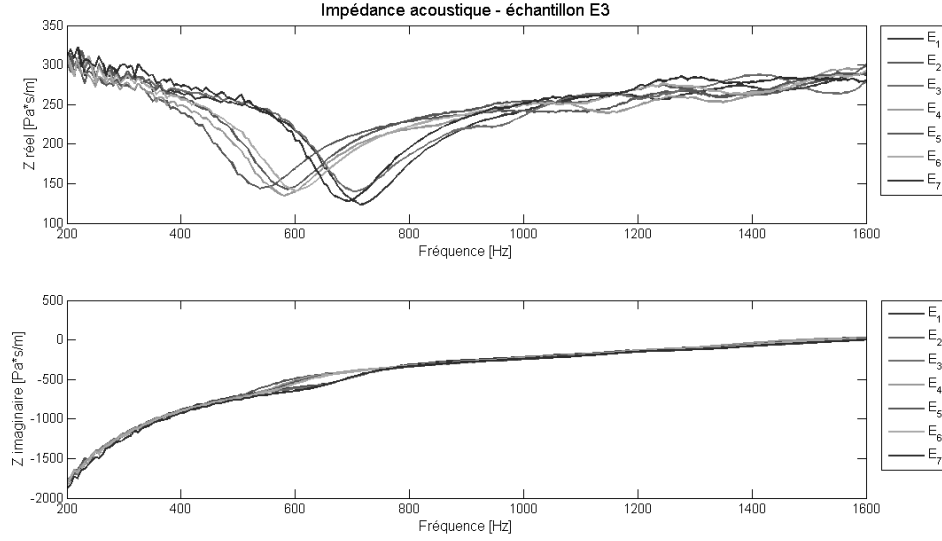


FIG. 3.2: Mesures de l'impédance acoustique échantillon E3

Les figures 3.1 et 3.2 nous permettent de visualiser l'allure du coefficient d'absorption et de l'impédance acoustique obtenus avec des essais réalisés dans un tube de Kundt pour un même échantillon (échantillon E3). Les courbes ne sont pas exactement les mêmes du fait des incertitudes qui apparaissent d'une mesure à l'autre, et qui sont dues essentiellement, au repositionnement de l'échantillon dans le tube. Il se trouve qu'entre chaque mesure, l'échantillon a été enlevé et remis dans le guide d'onde pour évaluer l'interférence sur les mesures de cette manipulation. L'échantillon est alors plus au moins comprimé, ce qui se traduit dans les mesures par un écart. Ces compressions se traduisent par des modifications de la microstructure qui expliquent les dispersions. On observe clairement que l'effet principal est lié à la modification de la raideur du squelette, puisque la faiblesse associée à la première résonance de ce dernier est très sensible aux conditions de montage.

Nous pouvons distinguer un premier groupe ( $E_2$ ,  $E_4$ ,  $E_5$ ,  $E_6$ ) et un deuxième groupe ( $E_1$ ,  $E_3$ ,  $E_7$ ) formés par l'échantillon moins et plus comprimé respectivement. Des articles comme celui de Virgran et al. [120] cherchent à étudier d'une forme plus approfondie l'influence des conditions aux limites dans les guides d'ondes.

Dans un second temps, nous avons cherché à déterminer une distribution de masselottes au sein du matériau qui conduise à une amélioration de ses performances, notamment en terme d'absorption. La zone fréquentielle plus particulièrement visée est la faiblesse liée à la résonance du squelette, clairement visible sur les figures 3.1 et 3.2.

Le critère de dimensionnement principal est lié à la masse des masselottes, que l'on va chercher à choisir de telle sorte que la fréquence propre de suspension coïncide avec la fréquence de résonance du squelette de la mousse. Comme nous l'avons déjà observé, il s'agit plutôt d'une bande de fréquence, qui est située entre les fréquences 450 et 800 Hz et peut être visualisée sur

les figures 3.1 et 3.2.

L'échantillon a été coupé dans le sens de l'épaisseur de façon à ce que nous puissions introduire des masses entre les deux couches ainsi obtenues. Nous pouvons visualiser les découpes de hauteur  $h_1$  ( 1,7 cm ) et  $h_2$  ( 1 cm ) réalisées sur l'échantillon (E3) sur la figure 3.3 et nous avons eu la possibilité de placer des masses dans deux positions différentes ou, si nécessaire, d'y introduire des masses plus volumineuses.

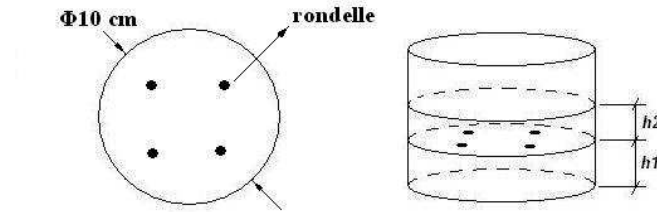


FIG. 3.3: Schéma de la mousse plus masselottes

Nous avons choisi de positionner des masselottes dans l'échantillon à l'épaisseur  $h_1$ , comme montré dans la figure 3.4. Nous avons procédé comme si nous avions un système masse-ressort dans l'échantillon( fig. 3.4 ). A partir de là, connaissant la raideur et bande de fréquence à traiter de l'échantillon, nous avons cherché la valeur de la masse des masselottes pour obtenir cette même fréquence pour le système masse ressort.

L'estimation de la raideur de la couche de la mousse a été déterminée en utilisant des masses échelonnées disposées sur l'échantillon et en mesurant la fréquence de résonance du dispositif.

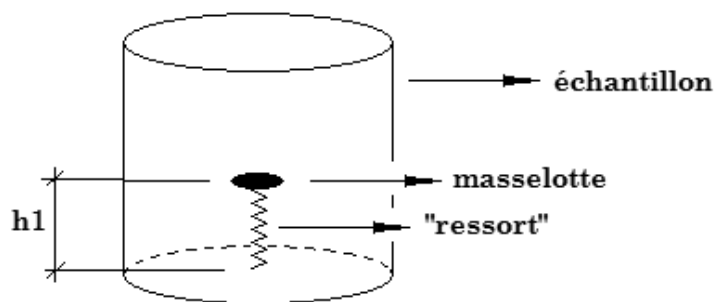


FIG. 3.4: Représentation d'un système masse ressort introduit dans un échantillon. Le ressort représente la rigidité de la mousse.

Le dispositif ainsi dimensionné nous a conduit à utiliser des rondelles plates en acier pouvant être glissées dans l'épaisseur sans en modifier la longueur totale. Un exemple est décrit sur la

figure 3.5.

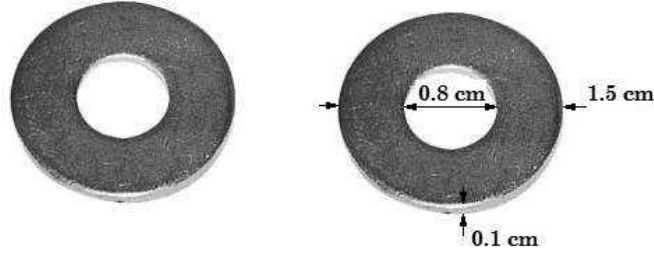


FIG. 3.5: Masselottes utilisée

Quatre masselottes ont donc été distribuées dans le matériau. La surcharge en terme de masse correspond donc à 6g pour une masse initiale totale de 3.33 g pour l'échantillon de mousse. Elles ont été distribuées, de façon homogène, équidistantes l'une de l'autre, sur la surface découpée. Nous pouvons visualiser schématiquement l'emplacement de celles-ci dans la partie gauche du schéma figure 3.3.

### 3.3 Validation de la conception

La conception du dispositif ayant été réalisée avec une approche empirique, nous avons voulu la valider à l'aide d'un modèle éléments finis de la structure complète. Nous avons donc simulé les deux configurations, c'est-à-dire l'échantillon de mousse seul et l'échantillon avec insertion de masselottes.

Pour la modélisation de la partie mousse du modèle, nous avons utilisé la formulation poro-élastique de Biot-Allard présentée dans le chapitre précédent. Le modèle des masselottes a été directement introduit dans le modèle en utilisant l'équation d'équilibre dynamique.

#### 3.3.1 Sous domaine des masselottes sur COMSOL:

Les équations sont introduites dans Comsol sous la forme :

$$\nabla \cdot \Gamma = F \quad (3.1)$$

L'équilibre dynamique des masselottes soutenues par les efforts élastiques introduits par la mousse:

$$-\rho_m \omega^2 \mathbf{u} - \nabla \cdot \sigma = F_{ext} \quad (3.2)$$

En supposant que les forces extérieures  $F_{ext}$  sont nulles on a:

$$\nabla \cdot \sigma = -\rho_m \omega^2 \mathbf{u} \quad (3.3)$$

### 3.3.2 Couplage poreux-élastique

Les conditions sur une interface poreuse-élastique sont définies par les expressions suivantes :

$$\sigma_{ij}^t \cdot n_j = \sigma_{ij}^e \cdot n_j \quad (3.4)$$

$$\Phi \left( \mathbf{u}_n^f - \mathbf{u}_n^s \right) = 0 \quad (3.5)$$

$$\mathbf{u}_i^s = \mathbf{u}_i^e \quad (3.6)$$

La première équation assure la continuité des contraintes normales à l'interface. La deuxième équation exprime le fait de ne pas avoir de flux de masse à travers l'interface avec le solide et la troisième équation assure la continuité du vecteur déplacement du solide.

Pour la première des trois équations, nous substituons la valeur de  $\sigma_{ij}^t$  par l'expression :

$$\sigma_{ij}^t = \tilde{\sigma}_{ij}^s - \phi \left( 1 + \frac{\tilde{Q}}{\tilde{R}} \right) \quad (3.7)$$

et

$$\sigma_{ij}^e = E \cdot \epsilon \quad (3.8)$$

Donc l'expression (3.4) devient :

$$\left[ \tilde{\sigma}_{ij}^s - \Phi \left( 1 + \frac{\tilde{Q}}{\tilde{R}} \right) p \mathbf{I} \right] \cdot n_j = E \cdot \epsilon \cdot n_j \quad (3.9)$$

On obtient la forme souhaitée pour l'utilisation dans le logiciel :

$$-\tilde{\sigma}_{ij}^s \cdot n_j = - \left[ \Phi \left( 1 + \frac{\tilde{Q}}{\tilde{R}} \right) \right] \quad (3.10)$$

### 3.3.3 Simulation

La première étape a consisté à recalculer le modèle de la mousse seule en utilisant une configuration expérimentale de référence, qui correspond à une mesure faite sur l'échantillon de mélamine E3. Il s'agit de celle du coefficient d'absorption présenté sur la figure 2.8 du chapitre 2 (Modèle Validation).

Le recalage du modèle numérique nous a permis d'obtenir des valeurs pour tous les paramètres mécaniques et les paramètres de couplages nécessaires à la modélisation de cet échantillon.

Dans un second temps, nous avons utilisé ces paramètres pour construire un modèle simulant le comportement vibro-acoustique de cet échantillon en prenant en compte les masselottes.

Les paramètres de couplage et les paramètres mécaniques utilisés pour cette modélisation sont présentés dans le tableau 3.1. Il contient dans sa partie supérieure, les paramètres de couplage avec leurs unités et leurs valeurs respectives : porosité ( $\Phi$ ), résistivité ( $\sigma$ ), tortuosité ( $\alpha_\infty$ ), longueur caractéristique visqueuse, ( $\Lambda$ ) et longueur caractéristique thermique ( $\Lambda'$ ). Sa partie inférieure donne les paramètres mécaniques de l'échantillon : module de Young ( $E$ ), coefficient de Poisson ( $\nu$ ), masse volumique ( $\rho$ ) et facteur de perte ( $\eta$ ).

Paramètres de Couplage		
Paramètre	Unité	Valeur
$\Phi$	[-]	0.99
$\sigma$	[N.s.m <sup>-4</sup> ]	1200
$\alpha_\infty$	[-]	1.2
$\Lambda$	[ $\mu$ m]	100
$\Lambda'$	[ $\mu$ m]	175
Paramètres Mécanique		
Paramètre	Unité	Valeur
$E$	[kPa]	122000
$\nu$	[-]	0.18
$\rho$	[Kg.m <sup>-3</sup> ]	14.5
$\eta$	[%]	0.13

TAB. 3.1: Echantillon Mélamine E3

Pour la modélisation des masselottes insérées dans l'échantillon, les paramètres mécaniques correspondent à un acier standard (AISI 4340) dont la masse volumique vaut 7850[kg/m<sup>3</sup>].

La géométrie utilisée pour représenter les parties du guide d'onde et de l'échantillon de mousse a été réalisée similairement à celles présentées dans le chapitre 2 (Modèle Validation), c'est-à-dire que nous avons représenté l'échantillon de mousse cylindrique de 100mm de diamètre et de 47mm de hauteur. Le tube de Kundt est de même diamètre et mesure 300mm de long. Considérant la symétrie axiale du problème, nous avons choisi de ne garder qu'un quart de cylindre ceci afin de simplifier le modèle, tout en étant moins coûteux numériquement. Plusieurs conditions limites de symétries ont été utilisées pour rendre cette forme de modélisation possible.

Le changement apporté sur l'ensemble de la géométrie totale est celui de l'insertion d'un sous domaine élastique, représentant une masselotte qui est ajoutée au milieu du sous-domaine mousse acoustique. Les masselottes sont des rondelles de 1.5cm de diamètre externe, 0.8cm de diamètre interne et 0.1cm d'épaisseurs comme illustré sur la figure 3.5.

La configuration déterminée plus haut présentant 4 masselottes placées symétriquement dans l'échantillon de mousse et que le modèle que nous présentons est formé d'un quart de la géométrie, une seule masselotte a été modélisée. L'image 3.6 illustre la géométrie utilisée :

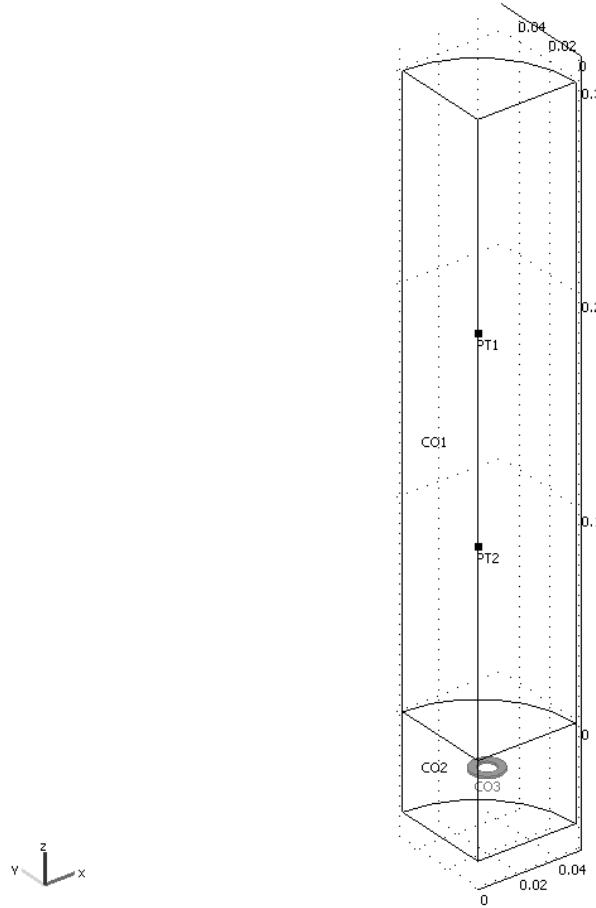


FIG. 3.6: Illustration de la géométrie construite pour le modèle 3D incluant les masselottes.

Les résultats présentés sur les figures 3.7 et 3.8 permettent de comparer les deux configurations, avec et sans masselottes. Les courbes 3.7 montrent la comparaison des coefficients d'absorption des deux simulations dans la bande de fréquences comprise entre 200 et 1600 Hz. La figure 3.8 montre la valeur de l'impédance acoustique des deux simulations dans cette même bande de fréquence.

Sur ces deux figures, nous avons les courbes représentées dans la légende par (sM) qui se réfèrent aux résultats pour la simulation faite sans l'ajout du sous-domaine masselottes. Les courbes représentées dans la légende par (avM) se réfèrent aux résultats obtenus pour la simulation faite avec l'ajout de masselottes à l'échantillon E3. Nous observons bien le décalage de la zone de faiblesse liée à la résonance du squelette. Une analyse plus détaillée est faite dans la section suivante.

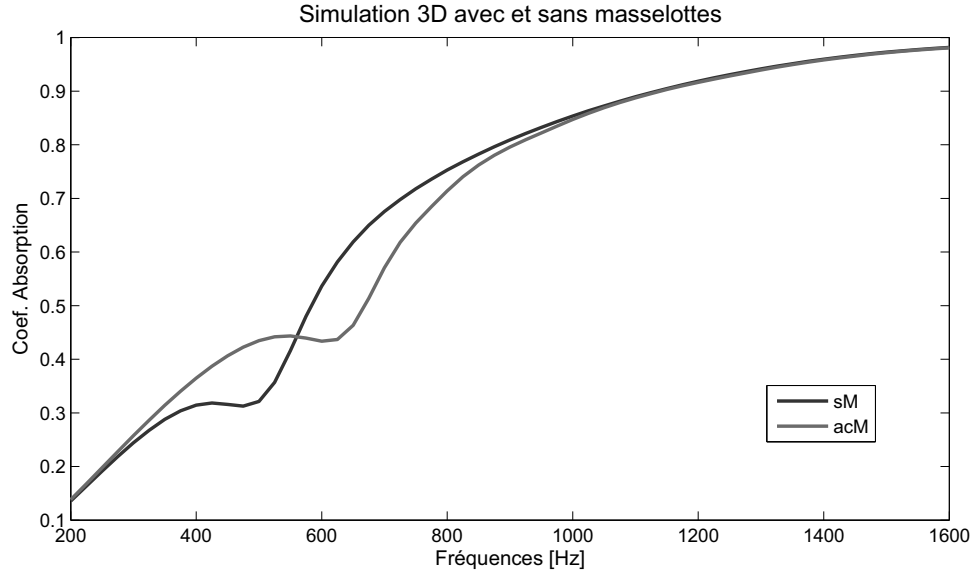


FIG. 3.7: Courbes du coefficient d'absorption pour un échantillon de mélamine avec (acM) et sans (sM) introduction de masselottes dans son intérieur (Simulation 3D).

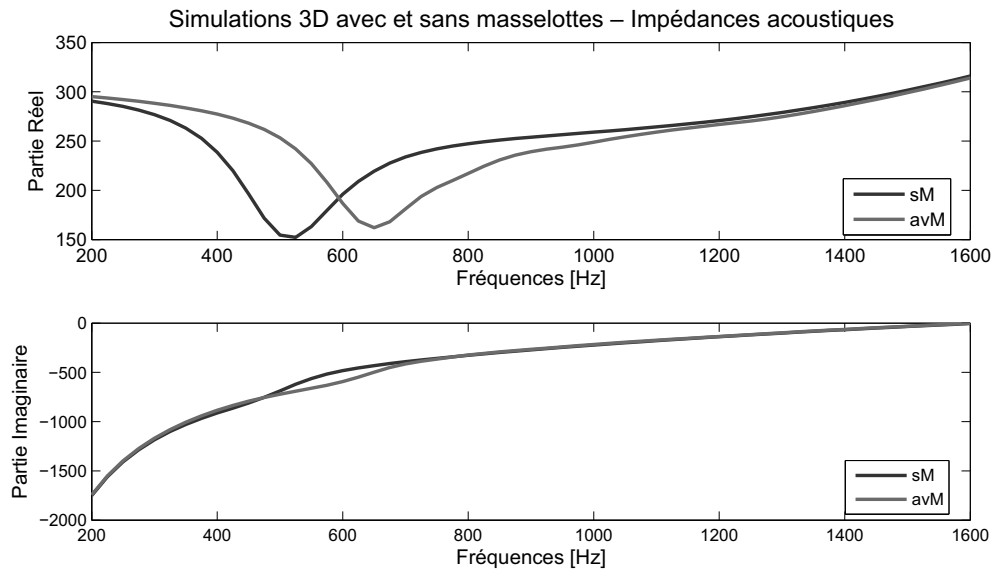


FIG. 3.8: Courbes de l'impédance acoustique pour un échantillon de mélamine E3 avec (acM) et (sM) sans introduction de masselottes dans son intérieur (Simulation 3D) .

### 3.3.4 Analyse des résultats

Cette analyse est construite principalement en prenant comme référence les parties des courbes sur lesquelles nous pouvons observer l'affaissement lié à la première résonance du squelette de la mousse.



En dehors de cette région nous observons clairement que les différentes courbes n'ont pas été modifiées par l'ajout des masselottes. Cela nous permet d'affirmer que l'insertion des masses, pour la bande de fréquence considérée, a seulement altéré le phénomène de résonance de la partie structurelle (solide) de l'échantillon de mousse.

Nous avons déterminé les différences apparues dans les résultats, différences principalement situées dans la région d'anti-résonance des courbes. Sur la figure 3.7, par exemple, nous pouvons facilement comparer les parties plus basses de l'affaissement des deux courbes. Cela nous permet de savoir de combien cette région a variée.

Donc, en prenant le point inférieur cet affaissement des courbes comme référence, figure 3.9, nous observons respectivement un déplacement de ce point de 465 à 619 Hz dans les fréquences et un déplacement de 0.31 à 0.43 dans la valeur du coefficient d'absorption d'une courbe à l'autre. Dans ce cas l'introduction des masselottes a déplacé ce point de 156 Hz de plus dans l'abscisse contenant les fréquences. Le coefficient d'absorption a augmenté d'une valeur de 0.12.

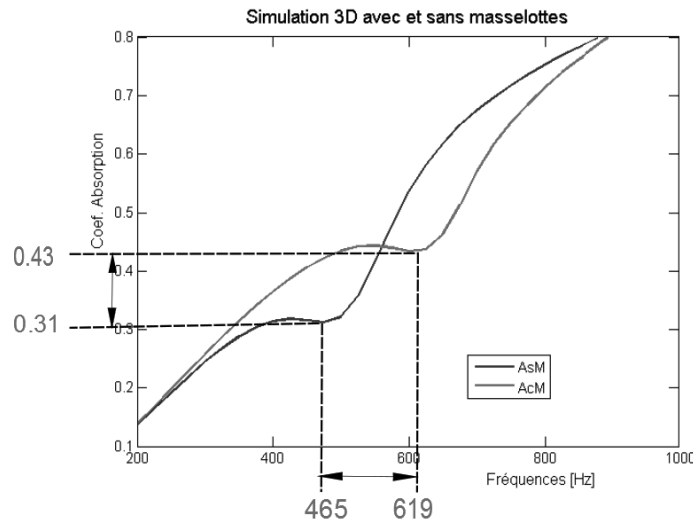


FIG. 3.9: Détail sur les creux de courbes de coefficient d'absorption pour permettre de faire une analyse.

### 3.4 Validation expérimentale

Nous avons alors utilisé l'échantillon de mousse E3 pour réaliser des mesures avec et sans masselottes, ceci nous permettant par la suite de comparer les deux configurations.

L'essai expérimental a été refait dans le tube de Kundt pour obtenir les mesures du coefficient d'absorption et de l'impédance acoustique. Les résultats obtenus en utilisant le matériau avec inclusions sont montrés dans les courbes des figures 3.10 et 3.11.

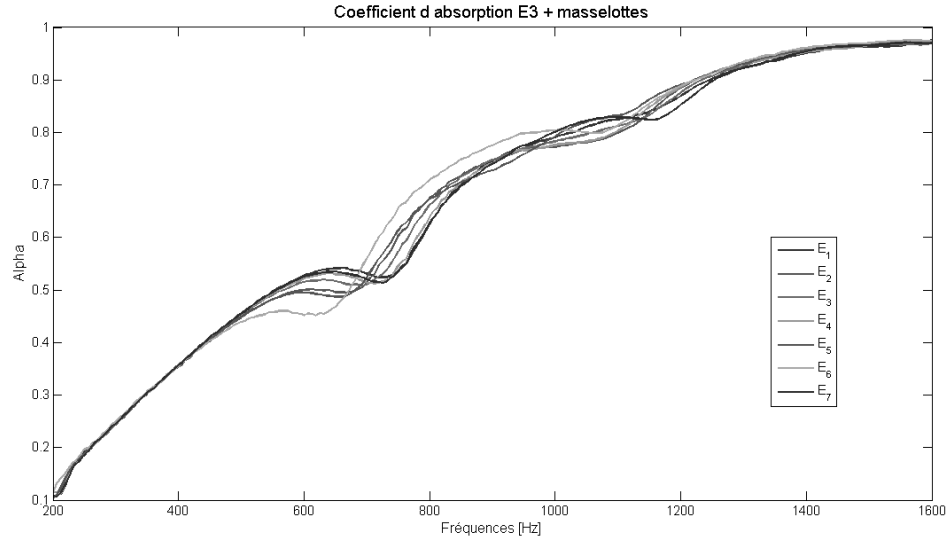


FIG. 3.10: Mesures du Coefficient d'absorption échantillon E3 plus masselottes

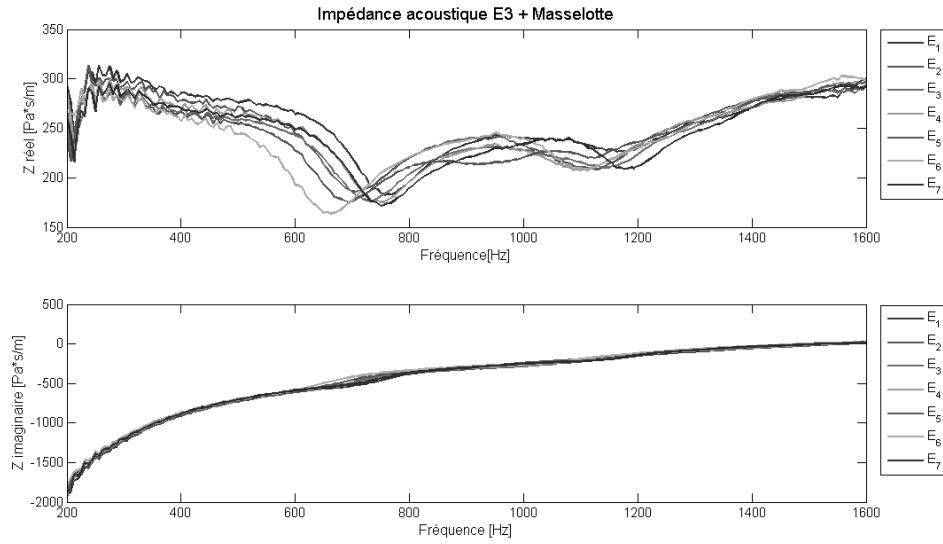


FIG. 3.11: Mesures de l'impédance acoustique échantillon E3 plus masselottes

Ces figures montrent la superposition de sept courbes de mesures du coefficient d'absorption acoustique et de l'impédance acoustique pour le même échantillon. Nous observons une variation des mesures induites par plusieurs incertitudes, dues avant tout, aux remplacements de l'échantillon et aux bruits de fond.

Pour faciliter l'analyse des résultats et permettre d'évaluer l'ordre de grandeur des variations entre chaque mesure nous avons dressé le tableau 3.2. Ce tableau 3.2 montre les variations présentées entre les mesures.

Les valeurs présentées dans le tableau 3.2 ont été obtenues à partir des mesures réalisées sur l'échantillon E3 avec et sans masselottes.

La colonne E3 se réfère à l'échantillon sans masselotte. La colonne E3 + masselottes se réfère à l'échantillon avec les masselottes. La dernière colonne donne les différences de valeurs entre l'échantillon avec et sans masselotte.

Les valeurs présentées sur la ligne du paramètre Intervalle de Fréq. [Hz] indiquent la plage de fréquences où se trouve l'anti-résonance dans les différentes courbes. La dernière colonne présente les écarts maximum et minimum rencontrés entre les différentes mesures, en comparant les mesures sans masselottes avec celles qui contiennent les masselottes.

La ligne Fréq. Moyenne [Hz] donne la moyenne des valeurs exposées dans la ligne Intervalle de Fréq. [Hz].

La ligne Coef. Abs. indique les plus grandes et les plus petites valeurs des coefficients d'absorption rencontrés en prenant l'anti-résonance comme référence.

La dernière ligne donne la moyenne des valeurs présentées sur la ligne précédente.

comparatif E3 et E3+masselottes			
Paramètre	E3	E3 + masselottes	Différence
Intervale de Fréq. [Hz]	510 - 690	655 - 730	Max. : 220 et Min.: -35*
Fréq. Moyenne [Hz]	600	692	92.5
Coef. Abs.	0.320 - 0.423	0.485 - 0.525	Max. : 0.205 et Min.: 0.062
Coef. Abs. Moyen	0.3715	0.505	0.1335

TAB. 3.2: Analyse des mesures réalisées sur l'échantillon E3 avec et sans masselottes.

En prenant la première fréquence de résonance du squelette comme référence nous avons défini les fréquences les plus petites et les plus grandes. Ces fréquences correspondent à l'anti-résonance dans les figures 3.12 et 3.13. Ceci nous permet de déterminer la bande de fréquence englobant la variation maximale que peut prendre deux mesures sur le même échantillon. Les figures 3.12 et 3.13, obtenues respectivement à partir des figures 3.1 et 3.10, permettent de définir les plages de variation des coefficients d'absorption et d'impédance de la bande de variation de fréquentielle d'anti-résonance.

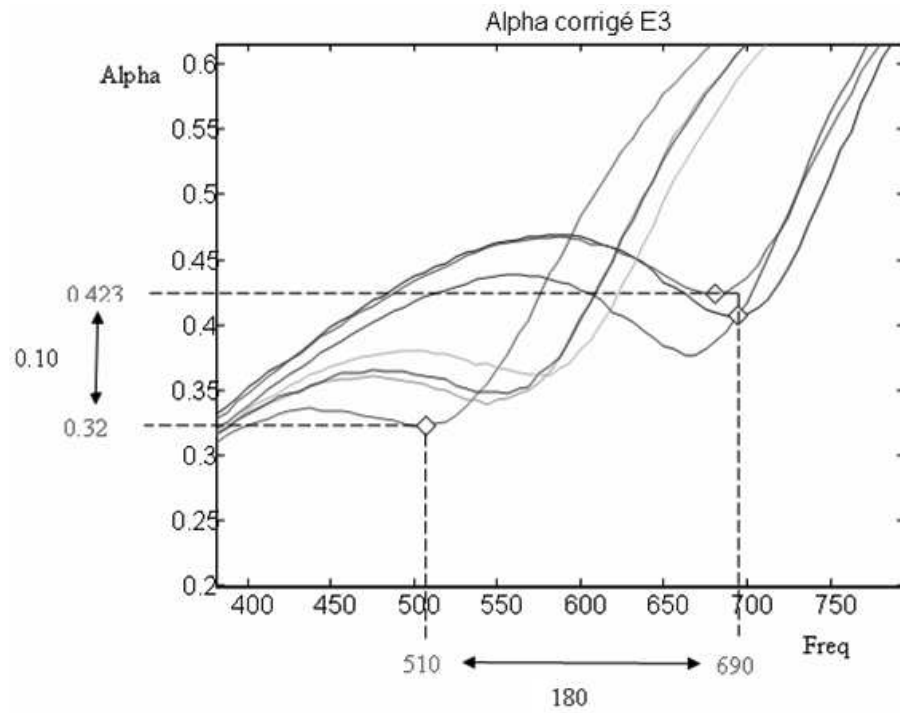


FIG. 3.12: Zoom E3

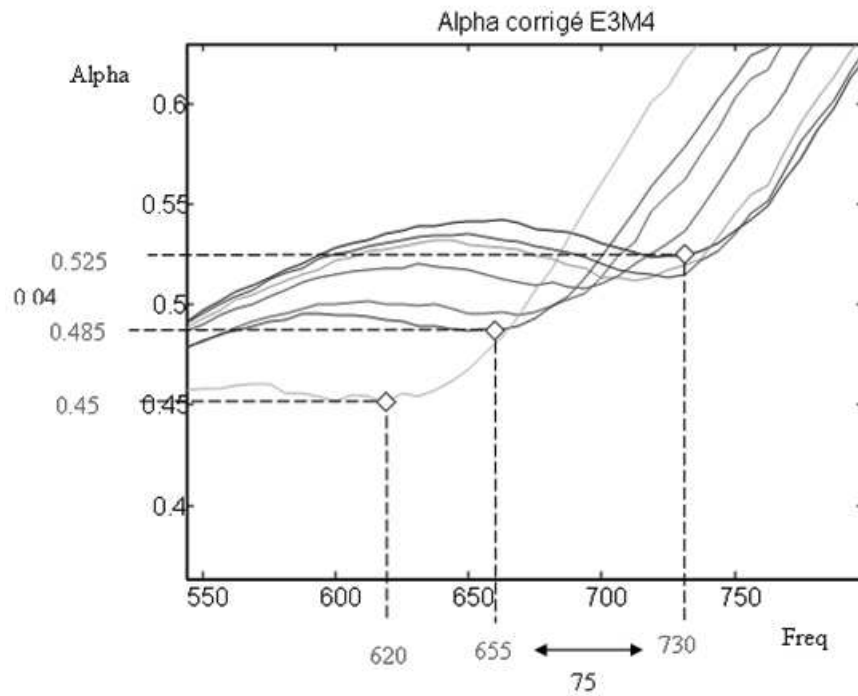


FIG. 3.13: Zoom E3 plus masselottes



FIG. 3.14: Vue de l'échantillon de mousse de mélamine



FIG. 3.15: Vue de la découpe de l'échantillon de mousse avec masselottes

Dans l'ensemble des mesures réalisées nous avons obtenus des déplacements de l'anti-résonance qui peut aller jusqu'à 220 Hz. Le déplacement minimum avec l'ajout de la masselotte est placé à une fréquence 35 Hz plus basse que la plus haute mesure constatée sans masselotte. La valeur du coefficient d'absorption a augmenté de 0.205 au maximum et de 0.062 minimums avec l'ajout des masselottes.

### 3.5 Confrontation calculs-essais

En nous appuyant sur le tableau 3.2, construit à partir de données expérimentales, nous pouvons observer les variations de cette région des courbes et comparer les deux types de configurations. Le tableau nous présente les différences possibles qui peuvent apparaître entre les deux types de configurations. Ce tableau est basé sur l'analyse de plusieurs mesures expérimentales.

Utilisant les données de ce tableau 3.2 nous pouvons observer que les résultats obtenus avec l'utilisation des simulations 3D utilisent la méthode des éléments finis et nous donnent des valeurs finales cohérentes en relation à l'ordre de grandeur des variations présentées dans le tableau 3.2.

Dans le tableau, la valeur moyenne de la variation des fréquences entre les deux configurations est de 92.5 Hz. Cette valeur peut rencontrer une variation maximale de plus ou moins 127.5 Hz selon ces mesures, alors que le modèle numérique nous prédisait une valeur de 154 Hz.

En ce qui concerne les valeurs du coefficient d'absorption, la valeur moyenne de la différence entre les deux configurations est de 0.1335, comme le montre le tableau. Cette valeur est proche de la valeur rencontrée numériquement qui est de 0.12. Les valeurs expérimentales ont présenté des variations de 0.0705 par rapport à la moyenne, donc, le résultat numérique rencontré est de l'ordre de grandeur de ces valeurs.

Les résultats expérimentaux et numériques nous montrent que l'insertion de masselottes dans un échantillon de mousse peut améliorer (de 15 % environ) les propriétés d'absorption acoustiques dans une bande de fréquences d'intérêt. Dans l'étude réalisée, cela est possible par le déplacement du phénomène de résonance de la structure solide de la mousse en ajoutant des petites masses au sein de l'échantillon de mousse.

L'allure des courbes numériques montre qu'elles sont cohérentes lorsqu'elles sont comparées avec les résultats réels.

### 3.6 Essais avec une plaque micro-structurée

Dans cette partie nous présentons une série d'essais de perte par transmission (TL) réalisés afin d'observer le comportement vibro-acoustique d'une plaque micro-structurée et l'influence de son association avec des échantillons de mousse. Des essais ont été réalisés avec la plaque seule mais aussi associée à des mousses.

Nous avons qualifié l'échantillon de "peau métallique" (P). C'est un disque en métal de 100 mm de diamètre et 0,7 mm d'épaisseur. Il possède une face lisse et une face avec de petits picots, que l'on peut observer sur les figures 3.16, 3.17 et 3.18.

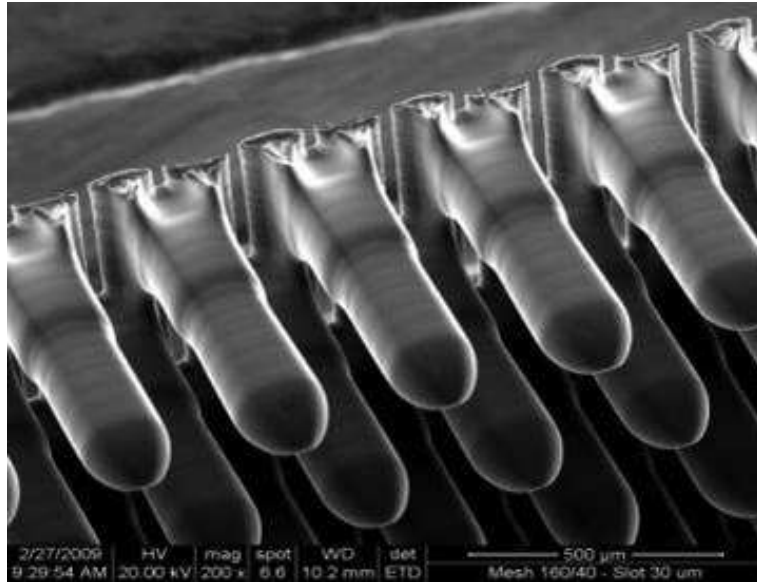


FIG. 3.16: Détail sur la structure de la peau métallique.

Cette peau métallique est formée d'une structure périodique présentant de petits picots reliés entre eux, formant d'un côté, une surface avec les pointes orientées à quatre-vingt dix degrés tandis que la face opposée présente un aspect lisse formé par la liaison à la base de ces picots. Néanmoins, bien que la structure soit bien reliée entre chaque cellule, la plaque présente entre chaque jonction de petites ouvertures permettant le passage de l'air. Les images 3.17 et 3.18 nous montrent des photos de deux surfaces.

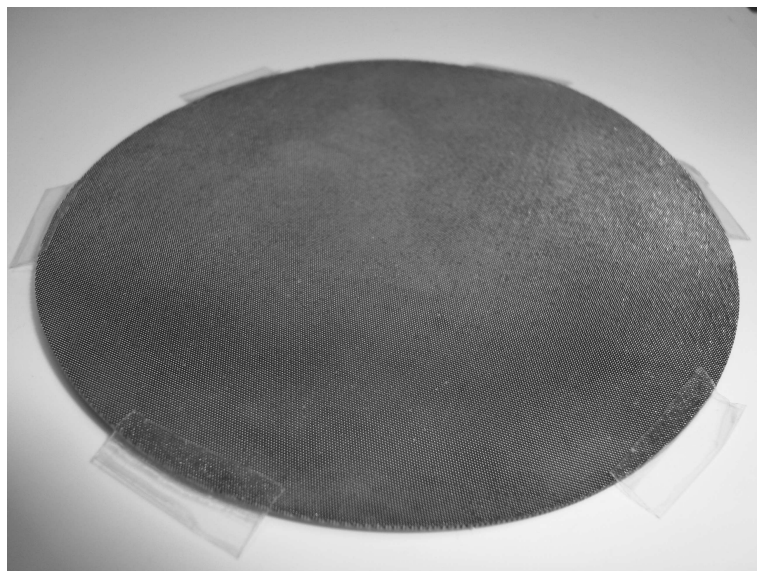


FIG. 3.17: Face de la plaque micro-structurée où les picots sont orientés vers le haut.



FIG. 3.18: Face lisse de la plaque micro-structurée.

Les essais ont été réalisés avec un Tube de Kundt. Plusieurs configurations de fixation des échantillons ont été testées. Les résultats les plus intéressants sont décrits par la suite.

#### 3.6.1 Description des essais

Nous avons réalisé des mesures de TL utilisant un tube de Kundt. Compte tenue du diamètre du tube de Kundt (10cm), la bande de fréquence choisie est limitée aux fréquences de 50 Hz et 1.6 kHz. Cette zone appartient à une zone de basses fréquences à laquelle nous nous sommes particulièrement intéressés dans ce travail.

Deux types de mesures ont été réalisés. Nous avons mesuré la perte par transmission de l'échantillon (P) de "peau métallique" quand il a été placé seul dans le tube et nous avons également mesuré la perte par transmission en associant l'échantillon P à des matériaux poreux. Ils ont été disposés sous la forme d'une structure sandwich.

L'objectif de l'utilisation d'une configuration type "sandwich" est dans un premier temps d'essayer d'observer l'interaction entre ces matériaux. Cette structure nous permet également, de mieux fixer l'échantillon (P) dans le guide d'onde, lui évitant de grands déplacements.

La fixation de l'échantillon a été l'une des difficultés des mesures réalisées. La configuration sandwich s'est révélée une alternative pour la meilleure fixation de celui-ci.

Pour les mesures où l'échantillon P a été disposé en association à une mousse, deux types d'échantillons poreux ont été utilisés. Le premier est l'échantillon (M), composé de mousse de mélamine et le deuxième appelé échantillon (K) est un échantillon fourni par le fabricant du tube de Kundt (mousse polymère). Les échantillons sont cylindriques avec un diamètre de 100 mm et ils ont plusieurs épaisseurs qui seront indiquées selon l'essai réalisé. L'association de ces matériaux poreux à la peau métallique (P) a permis de mieux la fixer et d'observer l'interaction



entre eux.

Les images 3.19 et 3.20 illustrent quelques associations mousse "k" ou "m" avec structure micro-structurée (P).



FIG. 3.19: Sandwich structure micro-structurées (P) plus mousse fournie avec mousse "Kundt" (K)



FIG. 3.20: Sandwich structure micro-structurées (P) plus mousse mélamine (M)

### 3.6.2 Positionnement des échantillons

Avec l'échantillon P, nous avons réalisé des mesures dans différentes configurations d'associations de mousse. En vue de faciliter la compréhension de chaque positionnement, avant de

les présenter, expliquons la légende adoptée pour décrire chaque configuration utilisée dans les essais.

Pour de chaque essai, les résultats seront donnés sous forme de graphiques. Chaque courbe sera nommée par des lettres. L'explication de la signification de ces lettres est la suivante:

- Les lettres K2 et K se réfèrent à une ou deux mousses respectivement utilisées en association avec P pour former l'échantillon composite utilisé pour l'essai.
- La lettre M se réfère à l'utilisation de l'échantillon M de mélamine dans l'essai et P se réfère à l'échantillon de peau métallique.
- L'utilisation de la lettre f servira à indiquer que la face côté picots de l'échantillon (P) pointe vers la direction du l'haut parleur.
- La lettre t sert à indiquer que le côté lisse de l'échantillon P est face au haut parleur.
- La lettre s sert à indiquer que l'échantillon P est placé entre deux mousses.

Le nom de chaque structure composite est formé par l'association de ces lettres. Donc, nous aurons des noms commençant par s si P est placé entre deux mousses. Si le nom ne débute pas par s, cela veut dire que P est seul dans le tube. Si le nom débute par s, il sera ensuite suivi par la lettre qui se réfère au type de mousse (K ou M). La fin du nom est formée soit par f soit par t indiquant quelle face de P est tournée vers le haut parleur.

Prenons comme exemple le nom sK2f. Un schéma de cet exemple est montré dans la figure 3.21. Le nom indique que c'est une structure sandwich (s) faite avec la mousse du fabricant du tube de Kundt (K2) et que la peau métallique P a le coté picots tourné vers le haut parleur.

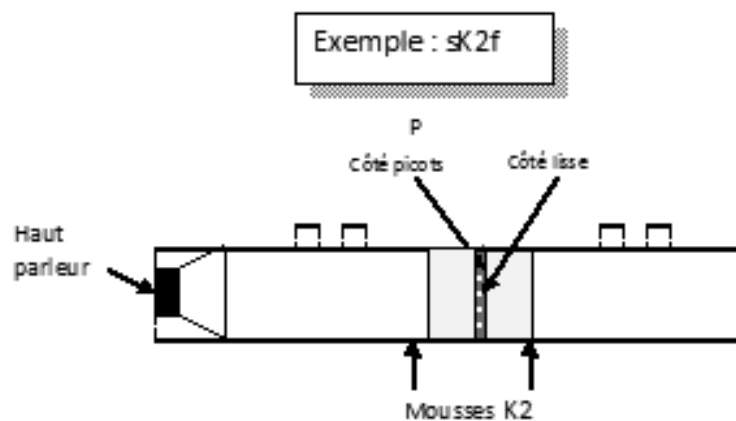


FIG. 3.21: Schéma: sandwich (s) fait avec la mousse du fabricant du tube de Kundt (K2), avec la peau qui a le coté picots tourné vers le haut parleur

Essai 1 :

Cet essai a été consacré à la mesure de la perte par transmission de l'échantillon "peau métallique" (P) seul a été mesurée dans un premier temps. L'échantillon a été coupé de façon à présenter la même géométrie que le diamètre interne du tube de Kundt (10 cm).

La principale difficulté dans cet essai était de fixer l'échantillon dans la position voulue. Il a été fixé sur ses bords grâce à de petits morceaux de ruban adhésif.

La perte de transmission a été mesurée d'une part en positionnant l'échantillon avec la face lisse vers le côté du haut parleur (Pt) et d'autre part avec la face des picots vers le côté du haut parleur (Pf). Nous allons présenter les résultats sur deux graphiques différents, figure 3.22 et figure 3.23, ce sont des mesures qui ont été prises à deux moments différents. Ces résultats seront commentés plus loin.

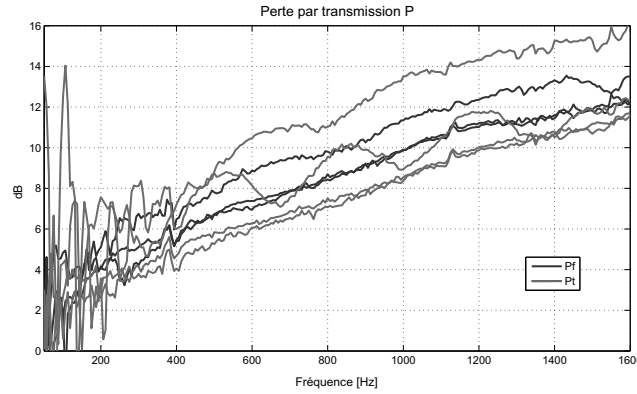


FIG. 3.22: Premières mesures de l'essai 1. Pf= échantillon P avec le côté picots face au haut parleur. Pt= échantillon P avec le côté lisse faisant face au haut parleur.

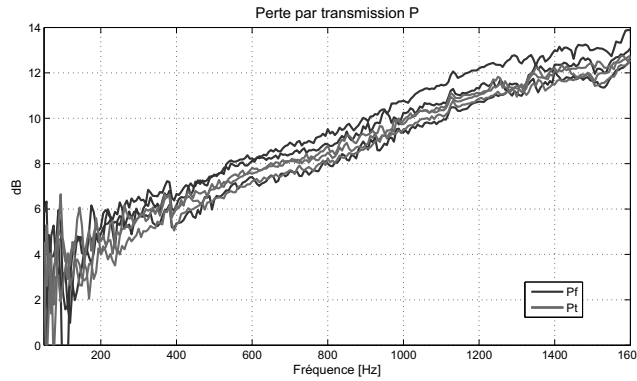


FIG. 3.23: Deuxièmes mesures pour l'essai 1. Pf= échantillon P avec le côté picots face au haut parleur. Pt= échantillon P avec le côté lisse faisant face au haut parleur.

Essai 2 :

Dans le deuxième essai de TL, l'échantillon mesuré a été un "sandwich" de Mélamine en plaçant la "peau métallique" (P) au milieu, c'est-à-dire que nous avons un échantillon de 1,6 cm de mélamine placé devant et un autre de même épaisseur placé derrière la peau métallique. La figure 3.20 représente ce sandwich de mousse Mélamine (M) avec P.

La mesure a été faite avec la face des picots de "P" tournée vers le haut parleur "f" et aussi

avec la face lisse "t" de "P" tournée vers le haut parleur. Dans les légendes nous trouvons les abréviations sMf et sMt qui font référence respectivement aux picots vers le haut parleur et à la face lisse vers le haut parleur.

"P" a été coincé entre les deux épaisseurs de mélamine (1,6 cm d'épaisseur chacune) de façon à lui éviter un grand déplacement. Cet essai nous a permis aussi d'essayer d'observer de possibles interactions entre P et M.

Ci-dessous sont présentés les résultats sur deux graphiques différents, figure 3.24 et figure 3.25. Ce sont les résultats des mesures qui ont été prises à deux moments différents.

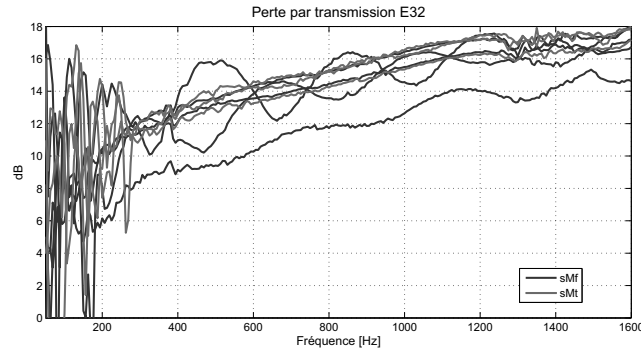


FIG. 3.24: Premières mesures pour essai 2. sMf = sandwich avec 2 échantillons de mélamine et P placé entre les deux avec son côté picots pointant vers le haut parleur. sMt = sandwich avec 2 échantillons de mélamine et P placé entre les deux avec sa face lisse pointant vers le haut parleur.

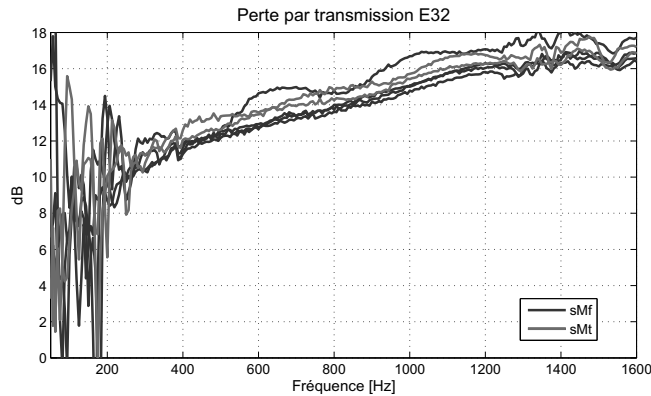


FIG. 3.25: Deuxièmes mesures pour essai 2. sMf = sandwich avec 2 échantillons de mélamine et P placé entre les deux avec son côté picots pointant vers le haut parleur. sMt = sandwich avec 2 échantillons de mélamine et P placé entre les deux avec sa face lisse pointant vers le haut parleur.

Essai 3 :

Dans le troisième essai de mesure de TL, l'échantillon testé était une structure sandwich

composée du matériau poreux fourni par les fabricants du tube de Kundt (échantillon K) et nous avons placé la "peau métallique" (P) au milieu. Nous avons deux échantillons K de 2,5 cm d'épaisseur placés devant et derrière "P". Nous pouvons visualiser le composite dans la figure 3.21.

Les mesures ont été réalisées avec la face des picots de "P" tournée vers le haut parleur (sK2f), et aussi avec la face lisse de "P" tournée vers le haut parleur (sK2t). L'échantillon "P" était coincé entre les deux épaisseurs de mousse (2,5 cm d'épaisseur chacune) de façon à éviter le déplacement de celle-ci et d'essayer d'observer de possibles interactions entre P et la mousse K.

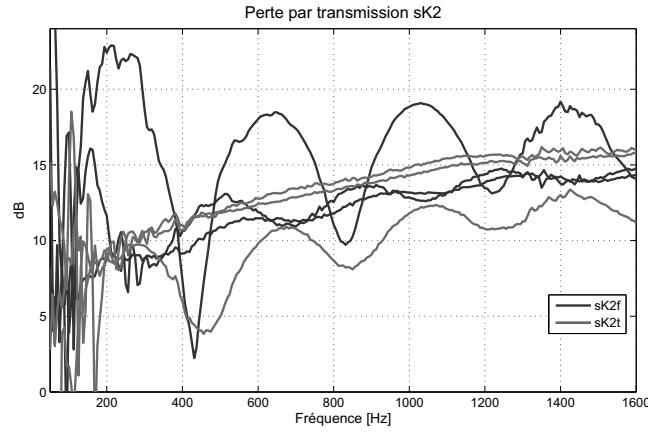


FIG. 3.26: Premières mesures pour l'essai 3. sK2f = sandwich avec 2 échantillons du tube de Kundt (K) et P au milieu avec son côté picots face au haut parleur. sK2t = sandwich avec 2 échantillons du tube de Kundt (K) et P avec sa face lisse pointant vers le haut parleur.

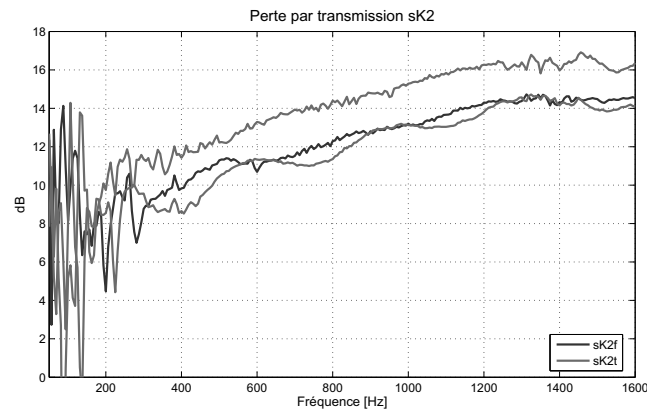


FIG. 3.27: Deuxièmes mesures pour l'essai 3. sK2f = sandwich avec 2 échantillons du tube de Kundt (K) et P au milieu avec son côté picots face au haut parleur. sK2t = sandwich avec 2 échantillons du tube de Kundt (K) et P avec sa face lisse pointant vers le haut parleur.

Ces deux configurations ont été représentées dans les légendes des graphiques, figure 3.26 et figure 3.27, par sK2f et sK2t qui se réfèrent respectivement aux picots vers le haut parleur et face lisse vers le haut parleur. Les graphiques présentent les résultats de mesures effectués pour les différents montages.

#### 3.6.3 Analyse des résultats

Les résultats montrent des dispersions relativement importantes. La principale raison a été certainement due à la difficulté de fixation des échantillons.

Pour analyser les résultats expérimentaux, nous avons éliminé les courbes qui s'éloignent le plus de la tendance générale. Nous avons conservé les meilleures mesures, c'est-à-dire, les mesures où nous avons observé une meilleure fixation de l'échantillon. Les mesures conservées sont celles que nous pouvons voir dans les graphiques présentés antérieurement.

Dans l'essai numéro 1, nous pouvons comparer les résultats pour les deux positionnements différents de l'échantillon. Les courbes ont une tendance similaire. Le positionnement de l'échantillon avec les picots tournés vers le haut parleur permet d'obtenir des valeurs en général supérieures à celle de l'autre configuration. Nous pouvons observer une différence d'environ 2 dB. La raison physique est liée aux les conditions aux limites. La difficulté pour fixer l'échantillon dans le tube avec un ruban adhésif ne nous a pas permis de répéter de façon sûre cette fixation.

L'essai numéro 2 présente une structure sandwich composée par de la mousse mélamine "M" et la peau métallique "P". La différence entre les échantillons est le positionnement de "P". Le premier graphique nous montre une tendance générale plus ou moins homogène. Nous observons une mesure qui présente des valeurs inférieures à la moyenne. Cette mesure correspond à la configuration dans laquelle les picots sont tournés vers le haut parleur. D'autre part, nous observons que les mesures avec les picots de "P" tournés vers le haut parleur présentant plus d'oscillations. En revanche, le deuxième graphique de cet essai montre, en général, une tendance à avoir les courbes "smt" au dessus des courbes "smf", c'est-à-dire que les courbes où la partie lisse de "P" est tournée vers le haut parleur, ont des valeurs supérieures, à l'exception de l'une d'entre elles. Nous percevons une différence moyenne d'environ 1 dB (tendance contraire à l'essai 1). La raison physique est sans doute liée à l'existence d'effets non linéaires associés au frottement des picots sur la mousse, ce qui permet de dissiper de l'énergie vibratoire.

Pour le dernier essai, numéro 3, nous constatons que les mesures sont beaucoup plus fluctuantes que dans les premiers essais. En règle générale, la courbe "sK2t" présente des valeurs supérieures aux valeurs de "sK2f" de l'ordre de plus ou moins 2 dB néanmoins, nous trouvons des courbes qui ne suivent pas ces comportements. La structure sandwich utilisée ici est celle constituée par la mousse "K" et la peau métallique "P". Donc, comme dans l'essai 2, nous avons observé des valeurs supérieures quand "P" avait la partie lisse tournée vers le haut parleur. Encore une fois nous observons des différences sans doute liée à l'existence d'effets non linéaires associés au frottement des picots sur la mousse, ce qui permet de dissiper de l'énergie vibratoire.

### 3.6.4 Conclusion

Dans les mesures réalisées, la fixation des échantillons a été un point fondamental pour l'obtention de bonnes mesures. L'étude et le développement d'une meilleure stratégie de fixation doivent être considérés afin d'empêcher les déplacements possibles des échantillons. Cette tâche est difficile étant donné l'encombrement réduit disponible pour ajouter un système de fixation dans le tube de Kundt.

En règle générale, dans la majorité des essais, nous avons remarqué une différence entre les mesures de TL quand l'on place la peau métallique avec les picots vers le haut parleur ou bien la partie lisse vers le haut parleur du Tube de Kundt. Cette différence apparaît indépendamment du fait que nous ayons utilisé l'échantillon "P" seul ou associé à des mousses. Ces valeurs varient entre de 1 à 2 dB pour les essais réalisés.

Comme nous avons pu l'observer, les configurations utilisant des mousses associées à la peau micro-structurée "P" a influencé les résultats. Cet effet est certainement dû à l'interaction entre les deux matériaux. Par conséquent, l'association de "P" avec des mousses apporte une augmentation des pertes par transmission, mais pas seulement, puisqu'il semble que l'effet causé par le positionnement de "P" est inversé par rapport aux mesures réalisées avec l'échantillon seul.

Quand nous avons fait les essais de TL avec l'échantillon "P" seul, la position avec les picots vers le haut parleur nous donnait des valeurs de perte par transmission supérieures à l'autre position alors que quand "P" a été placé entre les deux mousses, soit les échantillons M ou K, la tendance était contraire. L'échantillon "P" positionné côté lisse vers le haut parleur nous donnait des résultats de perte par transmission supérieurs à l'autre position.

Les moyennes d'un grand nombre de mesures sont nécessaires afin nous conduire à des conclusions plus claires et précises. Un nombre suffisamment grand de mesures pourrait nous permettre d'aboutir plus précisément à des conclusions.

### 3.6.5 Système de mesures amélioré

En essayant d'améliorer les mesures faites pour la peau micro-structurée "P" quelques nouvelles mesures ont été effectuées. Nous avons cherché à limiter au maximum le déplacement de l'échantillon dans le tube de Kundt pendant les mesures en utilisant les outils disponibles dans notre laboratoire.

La fixation de l'échantillon, problème principal rencontré dans les essais précédents, a été améliorée. Une bande adhésive plus adaptée a été utilisée. Elle présente une plus grande adhésivité et nous sommes capables de la découper en petits morceaux, évitant l'encombrement dans le tube de Kundt. La meilleure fixation et la plus petite taille des bandes adhésives utilisées nous a permis de fixer l'échantillon en obtenant un minimum d'interférences de celui-ci sur les mesures tout en évitant de grands déplacements au bord de l'échantillon. Le nombre de points de fixation entre l'échantillon et le tube de Kundt a aussi été augmenté.

Toutes les connexions du système de mesures qui englobent l'utilisation du tube de Kundt

ainsi que l'amplificateur et le haut parleur ont été revérifiées et toutes les connexions ou pièces qui auraient pu provoquer des interférences ont été refaites. Ces précautions ont été prises pour essayer de minimiser les bruits de fond présents dans les essais précédents.

L'étalonnage des microphones qui avait été fait avec un piston-phone a été refait avec l'utilisation d'un sonomètre qui a été mis à notre disposition. Cet appareil nous a offert une meilleure précision dans la calibration.

Sur la figure 3.28, nous avons les résultats obtenus pour des mesures sur la peau métallique seule. Comme dans les essais précédents, les mesures ont été obtenues en changeant le positionnement des deux faces de l'échantillon, coté picot et coté lisse tournés vers le haut parleur.

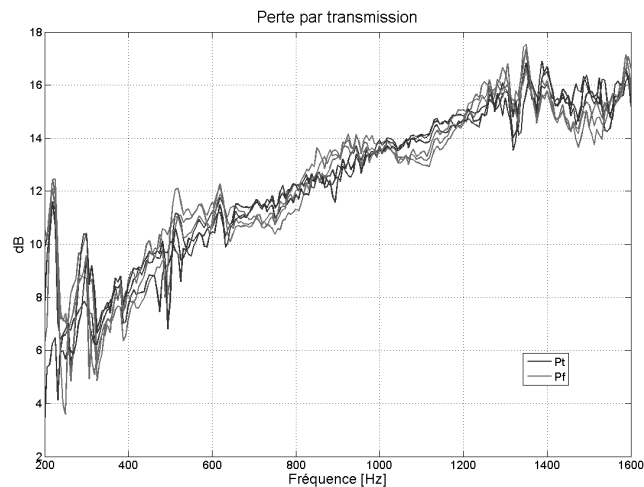


FIG. 3.28: En rouge, mesures avec les picots direction haut parleur. En bleu, mesures avec la partie lisse direction haut parleur .

Les valeurs obtenues pour les résultats sont plus stables que celles rencontrées dans les essais précédents. Nous n'avons pas obtenu de différences significatives dans les résultats comparant les deux positionnements de l'échantillon "P".

Les résultats présentent maintenant un décalage moins significatif que dans les mesures précédentes entre les deux types de positionnement de l'échantillon "P" . La meilleure fixation de l'échantillon " P " a pu annuler l'effet retrouvé dans les précédents essais dans lesquels nous avons obtenus des différences de résultats selon le positionnement de "P".

Les conditions aux limites ont été changées par apport à l'essai 1 où la fixation utilisée était moins efficace. Cela a empêché encore plus les déplacement entre l'échantillon (P) est le tube. Ce changement c'est traduit par des mesures pratiquement similaires entre les deux positionnements de " P " (Pt et Pf).

Ceci nous conduit à faire plusieurs mesures. Une configuration d'installation fiable au niveau de la fixation entre la peau micro-structurée et le tube est d'une grande importance. L'étude de l'influence de la fixation de la peau métallique doit être réalisée pour que nous soyons capables



de comprendre l'influence de sa fixation sur les mesures et de plus, nous assurer de l'influence du positionnement de l'échantillon sur les résultats.

# Chapitre 4

## MÉTHODE DE RECALAGE DE MODÈLE

### Sommaire

4.1	Introduction . . . . .	70
4.2	Méthode . . . . .	70
4.3	Paramètres des matériaux poreux . . . . .	71
4.4	Etude de sensibilité . . . . .	72
4.5	Aplication : mousse de mélamine . . . . .	75
4.6	Implementation . . . . .	81
4.7	Conclusion . . . . .	88

## 4.1 Introduction

La modélisation du comportement des matériaux poreux en vibro-acoustique fait appel à de nombreux paramètres décrivant le comportement de la phase fluide, mécanique et de leurs interactions. En général, de 5 à 9 paramètres sont utilisés dans les modèles les plus connus comme les modèles de Johnson-Allard ou Biot-Allard, Réf. [6] et [109]. Ces modèles couplent une phase fluide avec une phase solide et peuvent être utilisés dans une analyse analytique pour des cas simples ou dans des modèles éléments finis.

Classiquement les méthodes utilisées mettent en œuvre des essais expérimentaux. Comme ceci a été présenté au chapitre 1, mesurer et identifier ces paramètres expérimentalement demande en général la mise en œuvre d'essais compliqués qui demandent beaucoup de temps de réalisation. Nous avons cité dans le premier chapitre le travail de Jaouen et al [69] dans lequel sont présentées différentes techniques utilisées pour estimer les paramètres élastiques ainsi que les paramètres d'amortissement des matériaux poreux. Les méthodes décrites sont: "Brick under uniaxial compression loading, quasistatic regime", "Cylinder under torsion loading, quasistatic regime", "Layer under pure shear loading, quasistatic regime", "Beam under longitudinal vibrations", "Brick under uniaxial compression loading, dynamic regime", "Beam under bending vibrations", "Plate under bending vibrations", "Acoustical excitation-based methods" et "Phase velocity measurement-based methods". Un total de trois groupes de méthodes quasi statiques et six groupes de méthodes dynamiques.

En ce qui concerne l'identification des paramètres de couplages pour le modèle de Biot, nous revenons à ce qui a été dit dans le premier chapitre. Trois essais proposés par Biot et Willis [17] permettent d'obtenir les valeurs des coefficients P, N, Q et R. Ces coefficients ont été introduits dans les relations contraintes-déformations du modèle proposé par Biot [6]. Connaissant les valeurs de ces coefficients nous sommes capables d'arriver aux valeurs des paramètres de couplage.

Dans ce chapitre nous présentons une étude réalisée dans le but d'améliorer l'identification de ces paramètres. La méthode utilisée consiste à associer une étude de sensibilité globale (FAST) des sorties d'intérêt vis-à-vis des paramètres avec une optimisation permettant de recaler des résultats expérimentaux avec des résultats analytiques du modèle Biot-Allard présenté dans le chapitre 2 (Modèle et Validation). Nous présentons les résultats obtenus et les avantages de l'utilisation préalable de l'étude de sensibilité des paramètres associée à l'optimisation.

## 4.2 Méthode

La difficulté pour déterminer expérimentalement ces paramètres nous a amené à chercher une façon d'identifier leurs valeurs avec une précision satisfaisante pour conduire certaines études de dimensionnement. Nous avons utilisé un modèle analytique qui a permis de calculer le coefficient d'absorption ( $\alpha'$ ) et l'impédance acoustique ( $Z'$ ) pour les mousses. Ce modèle est basé sur la

théorie de Biot-Allard, dont les équations de base peuvent être consultées dans le chapitre 2, qui a été validé par la confrontation avec des résultats expérimentaux. Plusieurs paramètres ont été analysés de façon à pouvoir ajuster leur valeur et faire coïncider au mieux les courbes analytiques avec les données expérimentales. Une optimisation paramétrique [82], a été utilisée pour obtenir les valeurs de ces paramètres.

Dans ce chapitre nous avons essayé de tirer profit d'une étude préalable de sensibilité des paramètres pour pouvoir les identifier à partir de mesures simples, sans mettre en œuvre de méthodologie expérimentale complexe pour chaque paramètre. L'étude de sensibilité va nous conduire à des informations importantes vis-à-vis de leur l'influence par rapport aux résultats que nous cherchons à obtenir. Ceci va pouvoir guider les calculs que nous désirons réaliser par la suite. La méthode utilisée pour l'étude de sensibilité du modèle Biot-Allard est la méthode FAST (Fourier Analysis Sensitivity Test), [104].

Nous présentons comment les valeurs des paramètres ont été déterminées pour la caractérisation du matériau poreux. Dans un premier temps, nous présenterons les paramètres utilisés dans le modèle. Puis, dans l'étude de sensibilité, les valeurs limites admises pour chaque paramètre et les valeurs initiales adoptées seront données, enfin, les paramètres seront hiérarchisés en fonction de l'étude de sensibilité menée. Enfin, on présentera l'optimisation utilisée pour obtenir leur valeur et les résultats obtenus.

### 4.3 Paramètres des matériaux poreux

Les paramètres étudiés ici sont ceux que nous trouvons dans le modèle de Biot-Allard [6] que nous avons adopté. Ces paramètres peuvent être séparés en deux groupes, les paramètres mécaniques et les paramètres de couplage (paramètres de Biot).

Les paramètres mécaniques sont le module d'Young ( $E$ ), le coefficient de Poisson ( $\nu$ ), le coefficient de perte ( $\eta$ ) et la masse volumique ( $\rho$ ).

Les paramètres de couplage sont la porosité ( $\Phi$ ) qui représente la fraction du volume total qui est occupée par la phase fluide, et qui présente des valeurs généralement comprises entre  $0,7 < \Phi < 0,99$ ; la résistivité ( $\sigma$ ) qui est la résistance à l'écoulement laminaire en régime permanent du fluide à travers le matériau, de section et longueur unitaire; la tortuosité ( $\alpha_\infty$ ) qui rend compte des effets inertiels du fluide liés à la sinuosité et les variations de sections des pores; la longueur caractéristique visqueuse ( $\Lambda$ ) qui représente l'échelle où se produisent les phénomènes de dissipation visqueuse et qui ne dépend que de la géométrie du squelette, de l'ordre du rayon des plus petits pores où les vitesses sont les plus grandes; et enfin la longueur caractéristique thermique ( $\Lambda'$ ) représentant l'échelle où se produisent les phénomènes de dissipation thermique, toujours supérieure à la précédente, dépendant elle aussi de la géométrie. Ce dernier paramètre donne une idée de la taille des pores les plus grands où les surfaces d'échange thermique sont les plus importantes.

Donc, les 9 paramètres mentionnés, sont les paramètres qui ont été analysés de façon à pouvoir arriver à ajuster les valeurs et faire coïncider au mieux les courbes analytiques avec les données expérimentales. Le modèle est présenté précisément au chapitre 2.

## 4.4 Etude de sensibilité

Les sensibilités des paramètres sur les performances acoustiques des matériaux poreux varient selon la fréquence et le paramètre étudié. Une étude de sensibilité des paramètres de couplage sur les performances acoustiques des matériaux poreux à squelette rigide a été proposée dans [32], utilisant les méthodes Sobol et FAST. En nous basant sur ces études, nous avons fait une étude de sensibilité utilisant la méthode FAST pour un échantillon de mousse de mélamine.

La méthode FAST a été mise au point par Cukier et al [37] , [108] et [38] avant d'être améliorée par Sobol en 1993 [112]. En 1999 la méthode Extended Fast a été développée par Saltelli et al [104] . Nous présentons ici un rappel des principes généraux de cette approche.

La méthode FAST a été créée dans le but d'étudier la sensibilité de phénomènes associés à la cinétique des réactions chimiques. Depuis, cette méthode a été très employée dans d'autres domaines. Elle est basée sur la décomposition de la variance, variance estimée à partir de tirages aléatoires effectués en suivant une stratégie d'échantillonnage quasi-harmonique.

Considérons le modèle

$$Y = f(X) \quad (4.1)$$

où  $Y$  est une fonction donnant les réponses d'intérêt  $f$  du système en fonction de  $X = (X_1, \dots, X_n)$ , vecteur contenant les paramètres considérés.  $X$  est défini sur un hypercube unitaire de dimension  $n$ , noté  $\Omega$  (au besoin, on normalise les quantités physiques). Ces paramètres sont caractérisés statistiquement par leur densité de probabilité de  $P(X) = P(X_1, \dots, X_n)$ .

Le  $r^e$  moment statistique de  $Y$  est:

$$Y^{(r)} = \int_{\Omega} f^r(X) P(X) dX \quad (4.2)$$

L'estimation correcte de ces intégrales, permettant notamment de calculer la variance est coûteuse, en particulier si le nombre de paramètres est important, car la description complète de l'espace paramétrique en utilisant un tirage aléatoire requiert un grand nombre de tests. Une idée permettant d'optimiser la couverture de l'espace à échantillonner consiste à utiliser une description paramétrique des variables  $X_i$ :

$$X_i = G_i(\sin \omega_i s) \quad (4.3)$$

où  $i = 1, \dots, n$  et  $s$  variant de  $-\infty$  à  $+\infty$ .  $G_i$  sont les fonctions de transformations.  $\omega_i$  est une fréquence choisie a priori, associée au paramètre  $X_i$ . Quand  $s$  varie, tous les paramètres évoluent simultanément le long de la courbe d'exploration décrivant  $\Omega$ . Les  $X_i$  oscillent périodiquement

à la fréquence  $\omega_i$  quelle que soient les fonctions  $G_i$  choisies. La sortie  $Y$  varie également périodiquement quelle que soit la fonction  $f$  choisie.

Si le paramètre  $X_i$  a une forte influence, l'oscillation de  $Y$  à la fréquence  $\omega_i$  aura une grande amplitude. Pour que la coube d'exploration parcoure entièrement  $\Omega$  et que l'on puisse distinguer les effets de chacun des paramètres, l'ensemble des  $\omega_i$  doit être indépendant, c'est-à-dire qu'aucune des fréquences ne doit être obtenue par combinaison linéaire des autres :

$$\sum_{i=1}^n r_i \omega_i \neq 0, \quad (4.4)$$

quel que soient  $r_i$  entiers.

Dans ce cas, l'espace de conception est entièrement parcouru et selon le théorème de Weyl [122], le  $r^e$  moment de  $Y$  peut être évalué par :

$$\hat{Y}^{(r)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f^r(X_1(s), \dots, X_n(s)) ds \quad (4.5)$$

donc, par une intégrale à une seule dimension. Si les paramètres sont distribués uniformément et de manière identique sur  $\Omega$ , le théorème de Weyl implique :

$$Y^{(r)} \equiv \hat{Y}^{(r)} \quad (4.6)$$

La variance  $D$  du modèle vaut alors :

$$D = Y^{(2)} - \left(Y^{(1)}\right)^2 \equiv \hat{Y}^{(2)} - \left(\hat{Y}^{(1)}\right)^2 \quad (4.7)$$

et peut donc être calculée en évaluant des intégrales monodimensionnelles.

En raison des arrondis induits par l'utilisation de moyens informatiques, l'ensemble des fréquences  $\omega$  ne peut être vraiment indépendant. Pour calculer les effets principaux, les ensembles de fréquences utilisés sont ceux recommandés par Schaibly et Shuler [108].

Ces ensembles ne sont pas indépendant, il existe donc un nombre positif  $T$  tel que  $f(s + T) = f(s)$ . La courbe d'exploration devient donc un chemin fermé ce qui implique que l'équation (4.5) n'est plus vérifiée. Cukier et al. [37] ont démontré que si l'ensemble des fréquences  $\{\omega_i\}$  est composé d'entiers positifs, alors  $T = 2\pi$ . En considérant  $f(s)$  sur l'intervalle  $[-\pi; \pi]$ , les équations (4.5) et (4.7) deviennent :

$$\hat{Y}^{(r)} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f^r(s) ds \quad (4.8)$$

$$\hat{D} = \hat{Y}^{(2)} - \left(\hat{Y}^{(1)}\right)^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f^2 ds - \left[ \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(s) ds \right]^2 \quad (4.9)$$

Comme  $f$  est périodique, on peut la développer en série de Fourier :

$$Y = f(s) = \sum_{j=-\infty}^{+\infty} A_j \cos(js) + B_j \sin(js) \quad (4.10)$$

avec

$$A_j = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(s) \cos(js) ds \quad (4.11)$$

$$B_j = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(s) \sin(js) ds \quad (4.12)$$

pour  $j$  appartenant à l'ensemble des entiers relatifs noté  $\mathbb{Z}$ . Les amplitudes du spectre de la série de Fourier sont définis par  $\Lambda_j = A_j^2 + B_j^2$ . Puisque  $f$  est une fonction à valeurs réelles, on a  $A_{-j} = A_j$ ,  $B_{-j} = -B_j$  et  $\Lambda_{-j} = \Lambda_j$ . En évaluant le spectre pour la fréquence  $\omega$  et ses harmoniques,  $p\omega_i$ , on peut estimer  $D_i$ , la portion de la variance due à l'effet du paramètre  $i$ :

$$\hat{D}_i = \sum_{j \in \mathbb{Z}^*} \Lambda_{p\omega_i} = 2 \sum_{p=1}^{+\infty} \Lambda_{p\omega_i}, \quad (4.13)$$

avec  $\mathbb{Z}^* = \mathbb{Z} - \{0\}$ . En sommant tous les  $\Lambda_j$  on peut estimer la variance totale de  $f$ :

$$\hat{D} = \sum_{j \in \mathbb{Z}^*} \Lambda_j = 2 \sum_{j=1}^{\infty} \Lambda_j. \quad (4.14)$$

Le rapport  $\hat{D}_i/\hat{D}$  noté  $\hat{S}_i^{FAST}$  est l'estimation de l'effet principal du paramètre  $X_i$  sur  $Y$ . Sa valeur ne dépend pas du choix des  $\{\omega_i\}$ .

Le nombre minimum d'échantillons à utiliser dans la méthode FAST classique de Cukier et al. [37] est :

$$N_s = 2M\omega_{max} + 1 \quad (4.15)$$

où  $M$  est le facteur d'interférence (habituellement choisi égal à 4 ou plus) et  $\omega_{max}$  est la plus grande valeur de l'ensemble des  $\{\omega_i\}$ .

L'indice de premier ordre est donc défini par l'expression :

$$\hat{S}_i^{FAST} = \frac{\hat{D}_i}{\hat{D}} \quad (4.16)$$

Les indices d'ordre supérieur sont évalués de même par l'expression :

$$\hat{S}_{i\dots j}^{FAST} = \frac{\hat{D}_{i\dots j}}{\hat{D}} \quad (4.17)$$

Pour pouvoir d'observer les effets d'interaction entre les paramètres, l'indice de sensibilité total  $\hat{ST}_i^{FAST}$  à la variable  $X_i$  est défini comme la somme de tous les indices de sensibilité relatives à la variable  $X_i$  prenant en compte tous les effets des interactions [105] :

$$\hat{ST}_i^{FAST} = \hat{S}_i^{FAST} + \hat{S}_{i\dots j}^{FAST} \quad (4.18)$$

où  $\hat{S}_i^{FAST}$  est l'indice de premier ordre et  $\hat{S}_{i\dots j}^{FAST}$  représente les indices d'ordre supérieur.

Les expressions 4.16 et 4.18 sont utilisés par la suite pour l'étude de sensibilité d'une mousse mélamine.

## 4.5 Application : mousse de mélamine

Dans cette partie nous présentons l'application de la méthode FAST pour un échantillon de mousse de mélamine 4.1.



FIG. 4.1: Echantillon de mélamine

L'objectif étant d'identifier les valeurs des paramètres constitutifs associés au modèle utilisé, nous avons dans un premier temps recherché les limites inférieures et supérieures identifiées par des travaux présentés dans la littérature et portant sur le même type de matériau [111], [75], [21], [49], [50], [68], [69] et [117]. Nous avons adopté les limites suivantes (Tableau 4.1) pour les paramètres de la mousse de mélamine :

TAB. 4.1: Limites inférieures et supérieures pour chaque paramètre

Paramètres de couplage:			
Paramètre	Unité	Limite inférieure	Limite supérieure
$\Phi$	[-]	0.98	0.99
$\sigma$	[N.s.m <sup>-4</sup> ]	9000	11000
$\alpha_{\infty}$	[-]	1	1.03
$\Lambda$	[ $\mu$ m]	80	100
$\Lambda'$	[ $\mu$ m]	100	300
Paramètres mécaniques			
Paramètre	Unité	Limite inférieure	Limite supérieure
E	[kPa]	100	300
$\nu$	[-]	0.14	0.45
$\rho$	[Kgm <sup>-3</sup> ]	8.5	14.5
$\eta$	[%]	5	15

La bande de fréquences considérée est de 200 à 1600 Hz. Ces valeurs ont été choisies en accord



avec les conditions expérimentales. Le diamètre du tube de Kundt (10 cm) utilisé nous permet d'acquérir des résultats pour cette bande de fréquence. L'épaisseur de l'échantillon de mélamine est de 4,7 cm.

Dans l'analyse, les distributions de probabilité sont supposées uniformes en première approximation, et les paramètres sont supposés indépendants les uns des autres, bien qu'en réalité ils soient en partie corrélés puisque les valeurs des paramètres de Biot-Allard dépendent de la micro-géométrie du matériau. Néanmoins, en l'absence de moyens de caractérisation micro-géométrique et de modèle micro-macro associé, et pour être cohérent avec une méthodologie d'identification sans information a priori, les paramètres seront considérés comme indépendants.

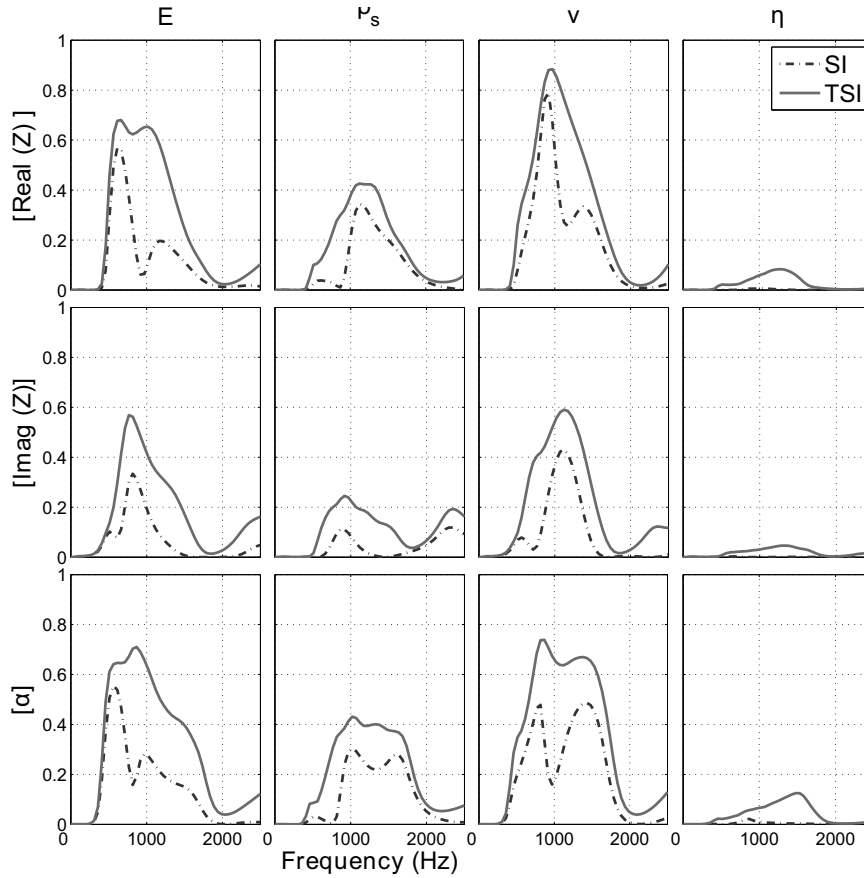


FIG. 4.2: Analyse de la sensibilité des paramètres de mécaniques pour la mousse de mélamine. SI sont les indices de première ordre et TSI sont les indices totaux.

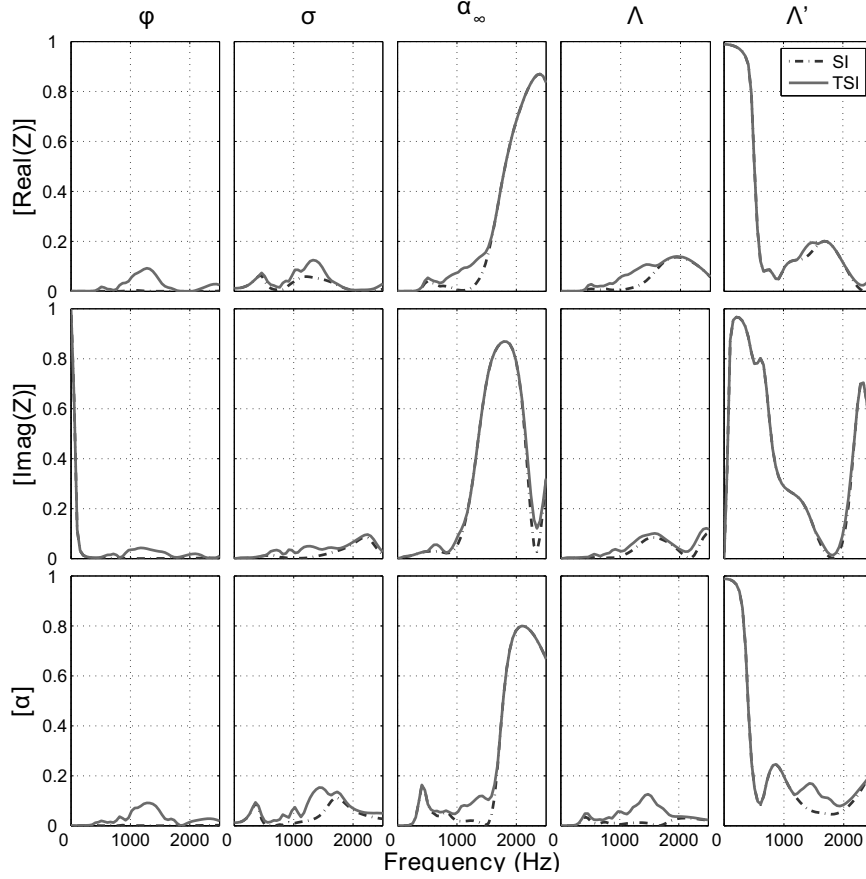


FIG. 4.3: Analyse de la sensibilité des paramètres de couplage pour la mousse de mélamine. SI sont les indices de première ordre et TSI sont les indices totaux.

Nous étudions l'évolution des indices de sensibilité totaux et de premier ordre en fonction de la fréquence, pour chacun des 5 paramètres de couplage et des 4 paramètres mécaniques. Les résultats obtenus sont présentés dans les figures 4.2 et 4.3, qui montrent les évolutions fréquentielles des indices 1er ordre (SI), lignes bleues en pointillés, et des indices totaux (TSI), lignes rouges continues, pour chaque paramètre (colonnes) et chaque sortie d'intérêt (lignes). Dans ces figures 4.2 et 4.3 chacune de 3 lignes correspond respectivement à une fonction (Partie réelle et imaginaire de l'impédance de surface et le coefficient d'absorption acoustique). Les colonnes désignent les paramètres dont nous étudions leurs sensibilités. Ces grandeurs sont obtenues en fonction de la fréquence.

L'algorithme utilisé génère des calculs de performances acoustiques pour un certain nombre de jeux de caractéristiques du matériau. Ce nombre est à optimiser afin d'augmenter la précision des calculs des indices de sensibilité [31].

Nous observons dans la figure 4.3 que la sensibilité totale à la tortuosité pour la partie réelle de l'impédance augmente de 10 % à 70 % quand la fréquence passe de 1000 à 2000 Hz. Néanmoins cette tendance commence à s'inverser vers les 2400 Hz. Dans les fréquences plus basses, en dessous de 1000 Hz cette sensibilité ne dépasse pas les 10 %.

La sensibilité totale (TSI) à la longueur caractéristique thermique ( $\Lambda'$ ) pour la partie réelle de l'impédance est très élevée (95 %) dans les très basses fréquences (inférieures à 500 Hz) et cette sensibilité diminue brusquement arrivant à 5 % dans la fréquence de 900 Hz. De 900 à 2500 Hz elle varie en remontant jusqu'à 20 % pour ensuite redescendre à 5 %.

Les sensibilités totales (TSI) à la porosité ( $\Phi$ ), la résistivité ( $\sigma$ ) et la longueur caractéristique visqueuse ( $\Lambda$ ) pour la partie réelle de l'impédance ne dépassent pas les 15 % dans la bande de fréquence de 0 à 2500 Hz. Ces trois paramètres ne présentent pas de grande sensibilité dans cette bande de fréquence comme c'est le cas des deux paramètres de couplages que nous venons de citer ( $\alpha_\infty$  et  $\Lambda'$ ).

En ce qui concerne les paramètres mécaniques (figure 4.2) nous observons que la sensibilité (TSI) au module de Young ( $E$ ) pour la partie réelle de l'impédance présente une soudaine augmentation à partir des 500 Hz allant jusqu'à 65 %. Cette sensibilité se maintient jusqu'à 1000 Hz moment où la tendance s'inverse redescendant un peu moins brusquement à 5 % à la fréquence de 2000 Hz. Finalement la sensibilité remonte à 10 % à 2500 Hz.

La masse volumique ( $\rho$ ) commence à présenter de la sensibilité (TSI) pour la partie réelle de l'impédance à partir de la fréquence de 500 Hz et elle augmente jusqu'à atteindre la valeur de 40 % dans la fréquence de 1000 Hz pour ensuite inverser sa tendance à partir de la fréquence de 1500 Hz jusqu'à 2000 Hz où elle maintient alors une valeur d'environ 5 % jusqu'à 2500 Hz.

La sensibilité (TSI) du coefficient de Poisson ( $\nu$ ) pour la partie réelle de l'impédance acoustique commence à s'exprimer à partir de 500 Hz en formant un pic qui monte jusqu'à 90 % à 1000 Hz et redescend à 5 % à 2000 Hz remontant enfin à 10 % à 2500 Hz.

La sensibilité (TSI) du coefficient de perte ( $\eta$ ) pour la partie réelle de l'impédance ne dépasse pas les 10 %. Cette valeur de sensibilité maximale est atteinte à la fréquence de 1250 Hz.

En ce qui concerne la sensibilité totale (TSI) de la partie imaginaire de l'impédance de surface pour les paramètres de couplage, la longueur caractéristique thermique semble avoir une plus grande sensibilité (TSI). Elle présente une sensibilité maximum de 95 % à 250 Hz, diminuant jusqu'à seulement 2 % à 1800 Hz pour ensuite remonter à 70 % formant un pic à 2300 Hz.

La tortuosité ( $\alpha_\infty$ ) est le deuxième paramètre de couplage le plus sensible (TSI) selon la partie imaginaire de l'impédance de surface. Elle ne varie pas à plus de 10 % jusqu'à 1000 Hz, ensuite, elle augmente jusqu'à la valeur de 90 % à 1750 Hz quand la tendance s'inverse pour arriver à 15 % à 2300 Hz et remonter à 32 % à 2500 Hz.

Les trois autres paramètres de couplage ( $\Phi$ ,  $\sigma$  et  $\Lambda$ ) présentent une sensibilité moins prononcée qui, en général ne dépasse pas 12 % pour la partie imaginaire de l'impédance. Mis à part la porosité qui en très basse fréquence (inférieure à 200 Hz) a atteint des valeurs supérieures à 95 % en retombant très vite avant d'atteindre les 250 Hz.

Les sensibilités totales (TSI) des paramètres mécaniques selon la partie imaginaire de l'impédance sont plus importantes, surtout pour le module de Young ( $E$ ), la masse volumique ( $\rho$ )

et le coefficient de Poisson ( $\nu$ ). La sensibilité (TSI) du coefficient de perte ne dépasse pas les 5 % dans toute la bande de fréquence analysée. Pour le Module de Young ( $E$ ) elle commence à être significative à partir de 500 Hz montant jusqu'à 58 % dans la fréquence de 800 Hz pour ensuite diminuer jusqu'à 5 % à 1750 Hz et s'inverse encore une fois son comportement en atteignant 15 % à 2500 Hz. Le paramètre ( $\rho$ ) commence à présenter de la sensibilité (TSI) à partir de 500 Hz gardant sa valeur maximale en dessous de 28 % dans toutes les fréquences du reste de la bande de fréquence analysée. Le coefficient de Poisson ( $\nu$ ), lui aussi, commence à présenter de la sensibilité (TSI) à partir 500 Hz c'est alors qu'il commence à former un pic qui monte jusqu'à 60 % à la fréquence de 1200 Hz en inversant sa tendance et arrive à 5 % à 750 Hz pour finalement remonter à la valeur de 12 % à la fréquence de 2500 Hz.

En dernier lieu, nous observons les sensibilités totales (TSI) selon le coefficient d'absorption acoustique ( $\alpha$ ) du matériau. Dans la figure 4.3 nous constatons pour les paramètres de couplages que pour trois d'entre eux la sensibilité ne dépasse pas les 15 %. Ces trois paramètres sont: la porosité ( $\Phi$ ), la résistivité ( $\sigma$ ) et la longueur caractéristique visqueuse ( $\Lambda$ ).

Simultanément nous observons que les deux paramètres restant ( $\alpha_\infty$  et  $\Lambda'$ ) peuvent atteindre des valeurs de sensibilités (TSI) beaucoup plus hautes selon la fréquence. La longueur caractéristique thermique ( $\Lambda'$ ) atteint environ les 98 % de sensibilité (TSI) dans les fréquences en dessous de 500 Hz. Au-dessus des 500 Hz elle maintient sa sensibilité qui varie entre 6 % à environ 17 % jusqu'à arriver à la fréquence finale mesurée de 2500 Hz.

Revenant encore une fois sur l'image 4.2 nous observons les sensibilités totales (TSI) des paramètres mécaniques pour le coefficient d'absorption acoustique ( $\alpha$ ). Comme pour le cas de l'impédance de surface ( $Z$ ) réelle et imaginaire et celui du coefficient d'absorption ( $\alpha$ ), le coefficient de perte ( $\eta$ ) est le paramètre qui présente la sensibilité la plus faible. Elle ne dépasse pas les 12 %. Par contre les autres paramètres ( $E$ ,  $\rho_s$  et  $\nu$ ) présentent des sensibilités (TSI) qui dépassent tous les 40 %.

Le module de Young ( $E$ ) commence à présenter une sensibilité (TSI) à partir de 500 Hz, celle-ci augmente brusquement à partir de 500 Hz en arrivant à la valeur de 70 % à 800 Hz moment où elle inverse sa tendance en diminuant progressivement jusqu'à environ 10 % à 1900 Hz, cette valeur variant peu jusqu'à la fréquence de 2500 Hz. La masse volumique ( $\rho$ ) va commencer à présenter de la sensibilité (TSI) aussi à partir de 500 Hz. Elle maintient une sensibilité de 40 % environ de la fréquence de 800 Hz jusqu'à 1700 Hz quand elle redescend pour atteindre la valeur de 10 % à 2000 Hz, valeur qu'elle maintiendra jusqu'à 2500 Hz. Le coefficient de Poisson ( $\nu$ ), comme les deux paramètres précédents, commence à présenter une sensibilité à partir de 500 Hz. Sa valeur monte jusqu'à 70 % environ à 800 Hz et se maintient jusqu'à 1500 Hz quand elle descend à 8 % environ à 2000 Hz et ne varient que peu autour de 12 % à 2500 Hz.

Pour comprendre comment varie la sensibilité de premier ordre (SI) de paramètres nous continuons à observer les figures 4.2 et 4.3. Cette sensibilité qui est décrite par une ligne pointillée pour la partie réelle et imaginaire de l'impédance de surface et le coefficient d'absorption, présente des

tendances qui suivent en général celles des sensibilités totales dans ce cas. Si nous comparons les deux types de sensibilités (STI et SI), en ce qui concerne les paramètres de couplages, les différences entre les deux sont beaucoup moins importantes que celles présentées pour les paramètres mécaniques. Pour les paramètres de couplages les valeurs des sensibilités de premier ordre sont seulement un peu plus faibles que les totaux dans quelques zones de fréquences et présentent des valeurs qui ne seront pas inférieures à 10 % des valeurs des sensibilités totales.

Maintenant, en regardant la figure 4.2, nous observons les distributions générales de l'indice sensibilité de premier ordre (SI) des paramètres mécaniques par rapport aux indices de sensibilités totaux. Nous constatons que les allures des courbes pointillées ressemblent beaucoup à celles des courbes continues. La différence principale qui distingue les deux indices dans cette figure est l'intensité de l'indice de premier ordre qui est moins élevé. Nous constatons que par rapport aux paramètres de couplage, les différences de valeurs sont plus élevées. Nous pouvons retrouver des différences de 40 % entre les deux indices comme c'est le cas pour le module de Young ( $E$ ) et la partie réelle de l'impédance dans la fréquence de 1200 Hz.

Comme la variation des valeurs de sensibilité (SI) ressemble à celle des sensibilités totales (STI) pour tous les paramètres, si nous avions voulu faire un classement des paramètres selon les deux indices dans toute la bande de fréquence étudiée, nous aurions abouti dans ces deux cas pratiquement au même classement. Cette observation n'est pas vraie pour certaines bandes de fréquences dues à la forte dépendance fréquentielle des sensibilités. Ce fait produit de grandes différences sur des points précis.

Lorsque les valeurs de SI sont similaires à celles de STI les effets de couplage sont faibles. STI nous donne la 'vraie' sensibilité, néanmoins, l'évaluer a un coût de calcul beaucoup plus élevé.

La forte dépendance de la sensibilité (STI et SI) avec la fréquence ne nous permet pas une simple hiérarchisation des paramètres. C'est un point que nous devons vraiment prendre en compte. La sensibilité peut varier brusquement avec un petit changement de fréquences. Si nous prenons le cas du coefficient de Poisson ( $\nu$ ) pour le coefficient d'absorption nous pouvons voir, par exemple, une variation de 70 % à 5 % de la sensibilité totale (STI) de la fréquence de 1500 Hz à 2000 Hz. Ce qui montre qu'une simple hiérarchisation serait possible seulement si nous considérons une bande de fréquence très limitée.

Les résultats obtenus dans l'étude de sensibilité nous apportent des informations très utiles. Pour les paramètres qui ont un faible impact sur le modèle, par exemple, des valeurs moyennes peuvent être adoptées avec une confiance acceptable. Cela nous permet aussi de dire que des tests expérimentaux d'impédance de surface et de coefficient d'absorption pour des ondes planes d'incidence normale ne permettraient pas d'identifier ces paramètres (paramètres de faible impact sur le modèle). En revanche, les paramètres qui ont présentés de grandes sensibilités peuvent être identifiés en utilisant ce type d'essai et l'utilisation de valeurs moyennes pour ceux-ci ne nous offre pas une fiabilité acceptable.

En fonction des résultats obtenus nous avons classé les paramètres selon leur importance sur

l'impédance acoustique et le coefficient d'absorption en fonction de la fréquence. Ils ont été ordonnés en utilisant l'indice du 1er ordre intégrant uniquement l'influence de chaque paramètre sur les résultats finaux indépendamment de l'interaction qui peut exister avec les autres paramètres.

Pour l'impédance en ordre d'importance, les quatre paramètres les plus influents sont :  $\Lambda'$ ,  $\nu$ ,  $E$  et  $\rho$ . Ensuite, avec un peu moins d'importance nous avons  $\alpha_\infty$ ,  $\sigma$  et  $\Lambda$ . Et finalement présentant peu d'importance nous avons  $\eta$  et  $\Phi$ .

Pour le coefficient d'absorption en ordre d'importance les quatre premiers sont :  $\Lambda$ ,  $E$ ,  $\nu$  et  $\rho$ . Suivant ces paramètres nous avons avec moins d'influence  $\alpha_\infty$ ,  $\sigma$  et  $\Lambda$ , et enfin les deux paramètres les moins influents sont  $\Phi$  et  $\eta$ .

## 4.6 Implementation

Nous avons alors cherché à déterminer les valeurs des 9 paramètres du modèle. La démarche suivie a été de comparer les valeurs des courbes expérimentales avec les résultats obtenus par un calcul analytique. Les valeurs des paramètres ont été recalées en minimisant une fonction coût  $G$  représentatif de l'écart entre les courbes analytiques avec les courbes expérimentales. La fonction coût  $G$ , pour  $n$  essais correspondant chacun à  $N_f$  points fréquentiels, a pour expression :

$$G = \sum_{i=1}^{N_f} w_i g(w_i) \quad (4.19)$$

où

$$g(w_i) = \left| \frac{\alpha(w_i) - \alpha_e(w_i)}{\alpha_e(w_i)} \right| + \left| \frac{Z(w_i) - Z_e(w_i)}{Z_e(w_i)} \right| \quad (4.20)$$

Tel que  $i$  représente l'indice de la fréquence,  $\alpha$  le coefficient d'absorption analytique donné,  $\alpha_e$  le coefficient d'absorption expérimentale,  $Z$  l'impédance acoustique analytique et  $Z_e$  l'impédance acoustique expérimentale.

Les valeurs limites pour chaque paramètre ont été présentées dans le tableau 1. Les valeurs initiales utilisées pour chaque paramètre lors de l'optimisation sont la valeur moyenne entre les limites supérieures et inférieures. Nous avons utilisé le logiciel Matlab® [82], pour faire les calculs et la fonction "fmincon (Find minimum of constrained nonlinear multivariable function)" a été utilisée pour faire l'optimisation. Cette fonction nous a permis d'optimiser les paramètres en fixant pour chacun d'entre eux une valeur limite maximum et minimum. Même si la fonction nous le permet, nous n'avons pas ajouté d'autre type de contrainte sur les paramètres.

Plusieurs simulations ont été réalisées pour déterminer la meilleure méthodologie permettant de profiter de l'étude préalable de sensibilité. Nous avons essayé de déterminer les valeurs des paramètres en les optimisant tous en même temps, ou par groupes en les optimisant suivant leur influence.

Dans la simulation n°1 tous les paramètres ont été optimisés en même temps. Dans la simulation n°2, nous avons seulement optimisé les quatre paramètres plus importants ( $\Lambda'$ ,  $\nu$ ,  $E$  et  $\rho$ )

en gardant des valeurs moyennes pour les autres paramètres. Dans la simulation n°3 nous avons optimisé premièrement les quatre paramètres les plus importants ( $\Lambda'$ ,  $\nu$ ,  $E$  et  $\rho$ ) pour ensuite optimiser les trois paramètres qui présentent moins d'influence ( $\alpha_\infty$ ,  $\sigma$  et  $\Lambda$ ) et nous avons utilisé des valeurs moyennes pour les deux paramètres avec peu d'influence ( $\Phi$  et  $\eta$ ). Finalement dans la simulation n°4 nous avons optimisé premièrement les quatre paramètres les plus importants ( $\Lambda'$ ,  $\nu$ ,  $E$  et  $\rho$ ) pour ensuite optimiser les trois paramètres qui présentent moins d'influence ( $\alpha_\infty$ ,  $\sigma$  et  $\Lambda$ ) et finalement optimiser les deux paramètres avec peu d'influence ( $\Phi$  et  $\eta$ ).

Les résultats sont présentés dans les tableaux 4.2. Nous pouvons observer dans ce tableau des résultats assez proches en ce qui concerne les fonctions objectifs pour les simulations n°1 et n°4, par contre les temps de calcul présentent un grand écart entre eux. Une amélioration de 45 % dans le temps de calcul a été obtenue.

TAB. 4.2: Valeur finale de la fonction objectif et temps de calcul

Simulation	Valeur Fonction objectif	Tems de calculs (secondes)
1	14.6	34.2
2	24.7	8.9
3	18.5	12.4
4	16.3	18.5

Dans le Tableau 4.3, nous pouvons observer que les simulations n°1 et n°4 présentent peu d'écarts en terme de valeurs de paramètres. Il faut souligner que la simulation n°4 prend en compte l'influence des paramètres en partant des plus influents aux moins influents, ce qui n'est pas le cas de la simulation n°1.

TAB. 4.3: Valeurs rencontrées pour les paramètres dans les différentes simulations

Paramètre	Simulation			
	1	2	3	4
$\Lambda'[\mu\text{m}]$	168	177	177	177
$E[\text{kPa}]$	213	207	207	207
$\nu[-]$	0,302	0,299	0.299	0.299
$\rho[\text{Kg m}^{-3}]$	14,5	14,5	14,5	14,5
$\alpha_\infty[-]$	1	1	1	1
$\sigma[\text{N.s.m}^{-4}]$	11000	10000	11000	11000
$\Lambda[\mu\text{m}]$	99.9	89,9	91,4	91,4
$\eta[\%]$	0,138	0,100	0,100	0,056
$\Phi[-]$	0,990	0,985	0,985	0,990



Les graphiques des résultats obtenus pour chaque simulation (Simulation 1, 2, 3 et 4) sont présentés ci dessous :

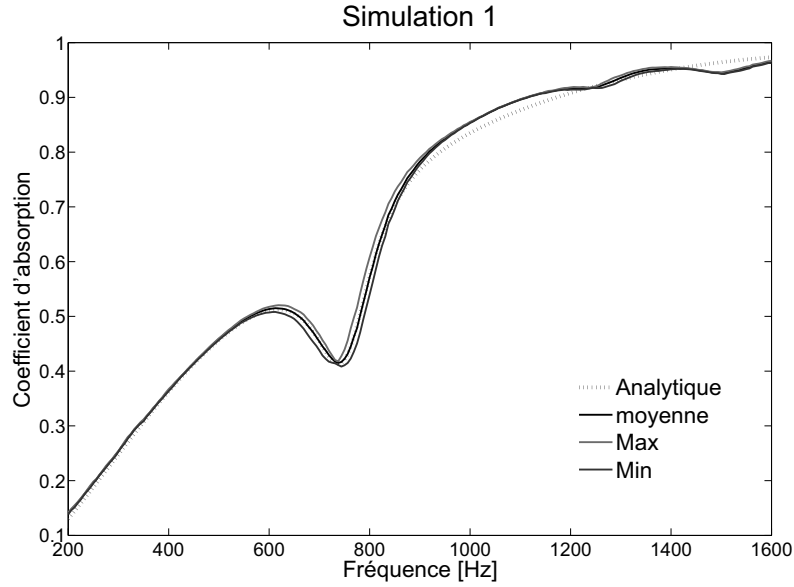


FIG. 4.4: Coefficient d'absorption pour une mousse mélamine (Simulation 1)

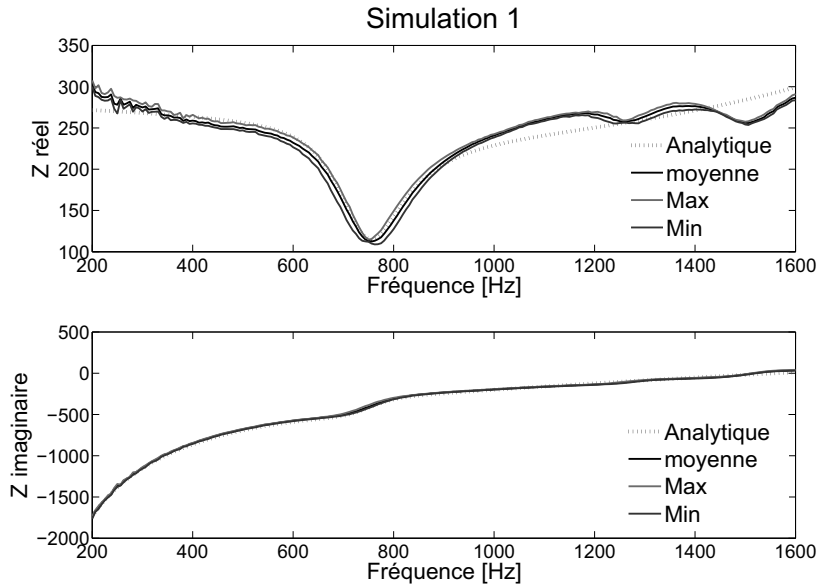


FIG. 4.5: Impédance acoustique pour une mousse mélamine (Simulation 1)

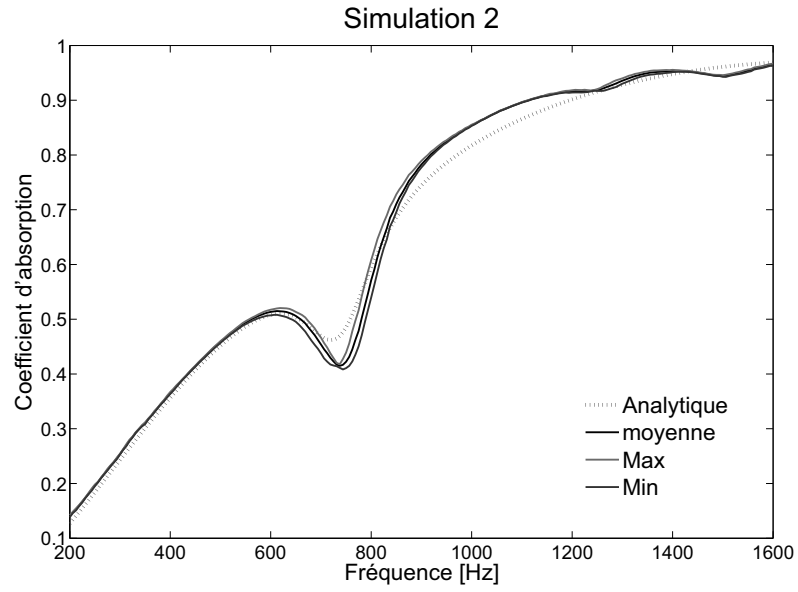


FIG. 4.6: Coefficient d'absorption pour une mousse mélamine (Simulation 2)

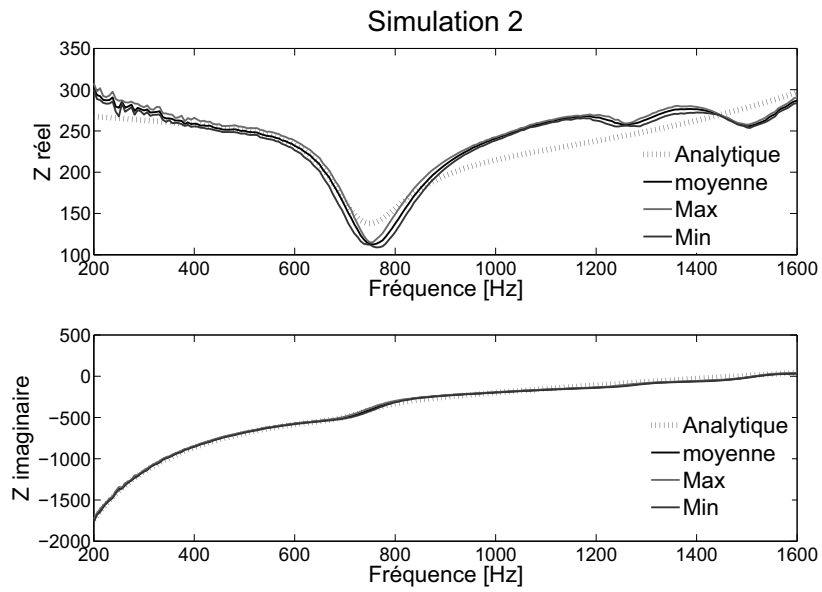


FIG. 4.7: Impédance acoustique pour une mousse mélamine (Simulation 2)

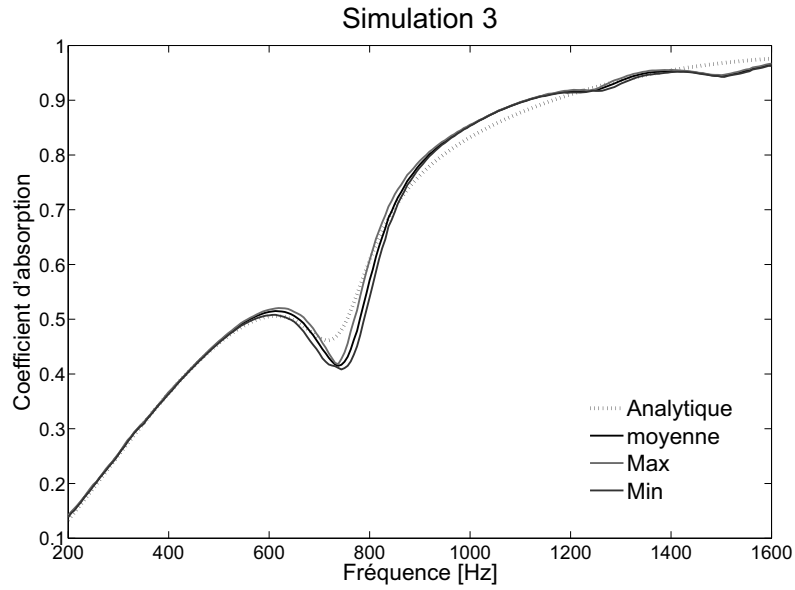


FIG. 4.8: Coefficient d'absorption pour une mousse mélamine (Simulation 3)

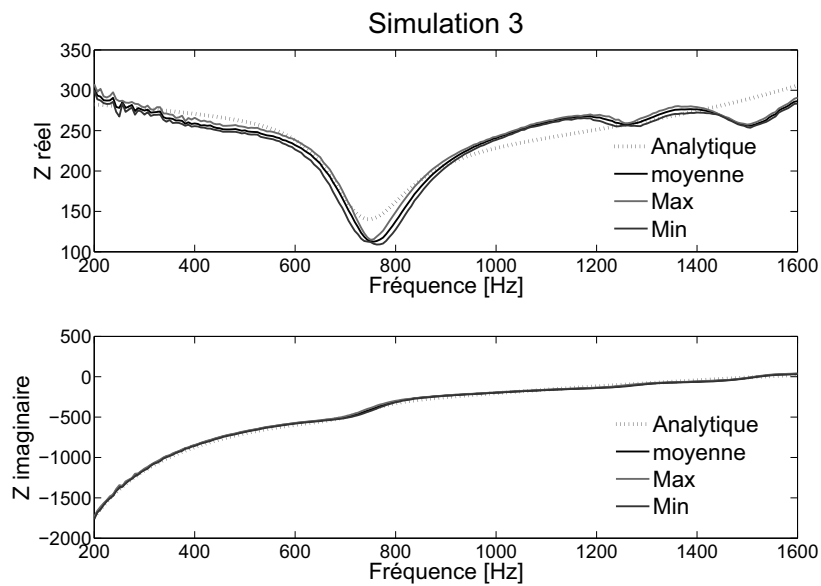


FIG. 4.9: Impédance acoustique pour une mousse mélamine (Simulation 3)

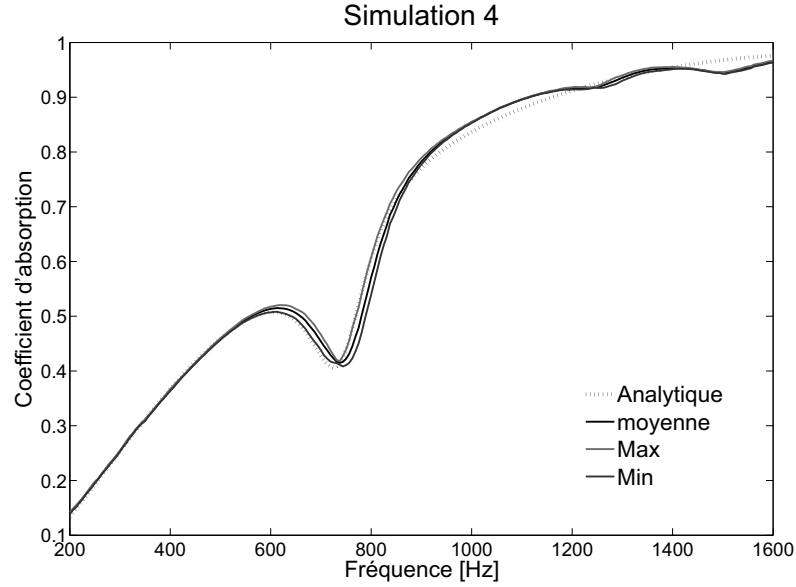


FIG. 4.10: Coefficient d'absorption pour une mousse mélamine (Simulation 4)

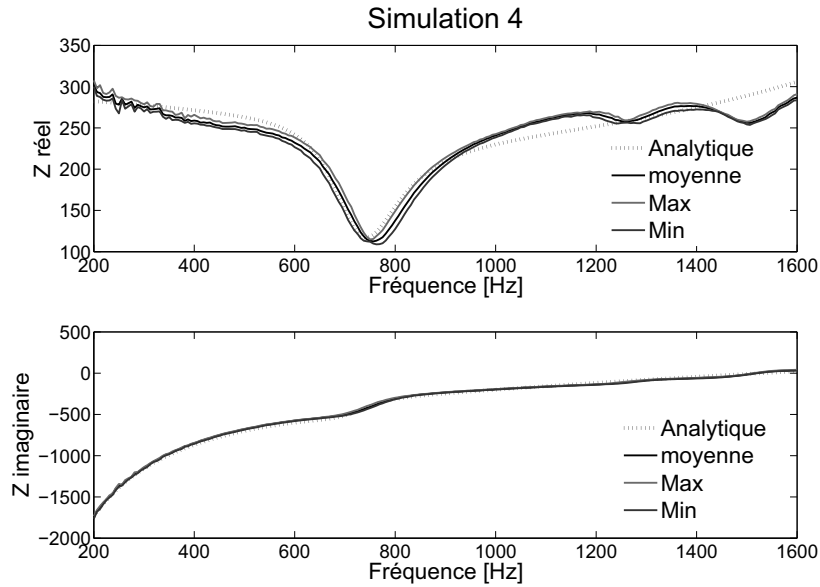


FIG. 4.11: Impédance acoustique pour une mousse mélamine (Simulation 4)

Dans les figures 4.4, 4.6, 4.8, 4.10, 4.5, 4.7, 4.9 et 4.11 nous avons les courbes avec les valeurs maximales expérimentales (Max), les valeurs minimales expérimentales (Min), les valeurs moyennes expérimentales (moyenne) et les valeurs analytiques calculées (Analytique).

Il est important de souligner que lorsque l'objectif est de valider le modèle du matériau poreux utilisé, il est nécessaire de prendre en compte les écarts rencontrés entre les différentes mesures, pour un même matériau, réalisées avec le tube de Kundt. Ici, cinq mesures expérimentales ont été

utilisées. En prenant en compte cette observation nous pouvons dire que les résultats présentés dans les figures 4.4, 4.5, 4.10 et 4.11 associés aux simulations n°1 et n°4 sont acceptables.

## 4.7 Conclusion

Considérant les écarts rencontrés entre les différentes mesures réalisées en tube de Kundt, pour un même matériau, nous pouvons dire que les résultats obtenus avec les simulations n°1 et n°4 sont acceptables pour caractériser la mousse mélamine étudiée. Nous avons identifié les paramètres à partir de mesures simples, sans mettre en œuvre de méthodologie dédiée à l'identification de chacun d'entre eux. La simulation n°4 nous montre qu'avec une étude de sensibilité préalable nous pouvons sélectionner les paramètres les plus influents et les organiser afin d'obtenir des résultats satisfaisants tout en améliorant beaucoup le temps de calcul et en prenant en compte les influences croisées. Dans la simulation n°4 nous avons obtenu une amélioration d'environ 45% du temps de calcul par rapport à la simulation n°1. L'étude s'avère intéressante pour des sollicitations plus complexes, nécessitant des calculs par éléments finis, quand le temps de calcul est un facteur limitant ou contraignant.

# MODELE AUXETIQUE ET IDENTIFICATION DES PARAMETRES

## Sommaire

---

<b>5.1 Introduction . . . . .</b>	<b>90</b>
<b>5.2 Echantillon de mousse auxétique . . . . .</b>	<b>90</b>
<b>5.3 Formulation de Biot (<math>u^s, u^f</math>) . . . . .</b>	<b>95</b>
5.3.1 Conditions aux limites vibro-acoustiques pour les matériaux poreux: . .	99
<b>5.4 Implémentation 3D . . . . .</b>	<b>99</b>
5.4.1 Equations du sous-domaine poreux: . . . . .	100
5.4.2 Conditions aux limites: . . . . .	102
<b>5.5 Identification des paramètres (1): . . . . .</b>	<b>106</b>
5.5.1 Etude bibliographique des paramètres auxétiques PU-PE: . . . . .	106
5.5.2 Analyseur mécanique dynamique (DMA) . . . . .	107
5.5.3 Corrélation d'images . . . . .	112
5.5.4 Conclusion Identification (1) . . . . .	117
<b>5.6 Identification des paramètres (2): . . . . .</b>	<b>117</b>
5.6.1 Etude de sensibilité: . . . . .	118
5.6.2 Essais en le tube de Kundt . . . . .	123
5.6.3 Simulations . . . . .	125
5.6.4 Identification classique . . . . .	128
5.6.5 Conclusion: . . . . .	139

---

## 5.1 Introduction

Afin de pouvoir comprendre le comportement acoustique d'un type de mousse différent des mousses isotropes conventionnelles, nous étudions dans ce chapitre une mousse auxétique. Cette mousse possède un coefficient de Poisson négatif. L'échantillon utilisé ici a été obtenu à partir d'une mousse de polyuréthane polyéthylène (PU-PE) conventionnelle; celle-ci a été soumise à un processus spécifique afin d'acquérir les caractéristiques auxétiques [53]. Nous proposons ici de construire un modèle tridimensionnel basé sur le modèle de Biot. Ce modèle prend en compte plusieurs paramètres directionnellement dépendants.

En parallèle nous avons réalisé des mesures expérimentales à l'aide d'un Tube de Kundt (TK) obtenant ainsi des données essentielles pour l'application d'une technique d'identification des paramètres basée sur celle présentée dans le chapitre 4.

Après une étude bibliographique, une étude initiale d'identification, d'autres techniques expérimentales comme l'utilisation d'un analyseur mécanique dynamique (DMA) et la technique de corrélation d'images ont été utilisés pour fournir des premières valeurs pour les paramètres recherchés.

Néanmoins, les imprécisions des mesures expérimentales utilisées pour identifier les paramètres ont été transférées au modèle numérique utilisé. C'est-à-dire qu'en utilisant plusieurs valeurs, déterminées expérimentalement, dans un modèle, on va cumuler les imprécisions qui vont avoir sur certains modèles une grande influence dans les résultats. Donc, non seulement l'identification des paramètres doit être bonne mais la combinaison entre eux dans le modèle doit aboutir à des résultats qui représentent réellement le problème étudié. Il est important de prendre ce fait en considération pour pouvoir décrire la propagation vibro-acoustique dans les matériaux poreux de façon assez précise en utilisant un modèle bien adapté pour une vaste gamme de fréquence comme celui de Johnson-Allard.

En prenant comme exemple les cinq paramètres de couplage utilisés dans ce modèle, on montre que la porosité et la résistance à l'écoulement peuvent être mesurés directement assez facilement et avec assez de précision, les paramètres tels que la tortuosité et les longueurs caractéristiques visqueuses et thermiques sont plus complexes, moins robustes ou destructives [13]. L'identification inverse de paramètres pour ce modèle basée sur des mesures en tube de Kundt peut s'avérer une solution appropriée pour traiter ces problèmes.

La comparaison des résultats numériques avec les résultats expérimentaux, c'est-à-dire le recalage des courbes, va nous permettre de valider ce modèle numérique et d'appliquer une méthode pour identifier tous les paramètres de ce type de mousse.

## 5.2 Echantillon de mousse auxétique

L'échantillon étudié ici est obtenu à partir d'une mousse de polyuréthane polyéthylène (PU-PE) conventionnelle dont les caractéristiques auxétiques isotropes transverses sont obtenues à

travers un processus spécifique de fabrication qui englobe la variation de sa température et l'application d'une force de compression (paramètre le plus important du processus), dans un laps de temps déterminée [15] ont obtenu alors un coefficient de Poisson négatif dans une direction et un coefficient de Poisson positif dans les deux autres directions. Il s'agit d'une mousse auxétique isotrope transverse.

Dans la figure 5.1 nous avons représenté de manière schématique comment une structure auxétique peut être organisée. Sur l'image supérieure de cette figure nous avons la structure de la mousse au repos. L'image en dessous représente ce qu'il se passe quand nous écartons la mousse horizontalement en la tirant à partir des deux extrémités représentées ici par les flèches noires. La déformation horizontale engendre une adaptation de la structure qui provoque l'élargissement vertical (épaisseur) de celle-ci. Les petites flèches bleues montrent la direction de la déformation. Nous pouvons constater ce phénomène sur un échantillon réel sur la figure 5.2 qui représente la photo d'un échantillon au repos et en dessous, une photo du même échantillon sous l'application d'une force horizontale. Nous pouvons y observer l'élargissement de la partie verticale dû à la propriété auxétique du matériau.

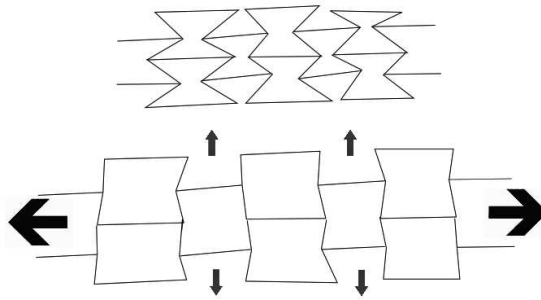


FIG. 5.1: Illustration de la structure Auxétique



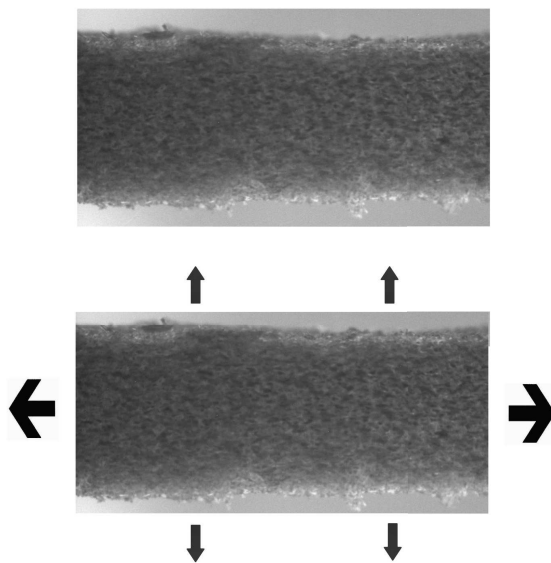


FIG. 5.2: Structure Auxétique

La mousse obtenue a été découpée pour créer deux échantillons, figure 5.3 adaptés aux deux différents diamètres utilisés dans le tube de Kundt. Les dimensions sont donc de 10 cm de diamètre et 0,5 cm d'épaisseur pour l'échantillon le plus grand et 3 cm de diamètre et 0,5 cm d'épaisseur pour le plus petit.



FIG. 5.3: Echantillons Auxétiques

Quelques mesures acoustiques du coefficient d'absorption ont été faites. Cela nous a permis dans un premier temps d'avoir une idée du comportement du matériau en fonction de la fréquence. Ces premiers essais nous ont permis aussi de comparer cette mousse avec une mousse beaucoup

plus connue et utilisée pour les traitements vibro-acoustiques qui est, la mélamine.

Nous avons fait des mesures avec 6 échantillons différents. Deux échantillons PU-PE avec 5 *mm* d'épaisseurs et des diamètres de 100 *mm* pour l'un et de 30 *mm* pour l'autre, comme illustré dans la figure 5.3. Quatre échantillons de mélamine dont deux avec un diamètre de 100 *mm* et une épaisseur de 10 et 6 *mm* respectivement et les autres échantillons présentant un diamètre de 30 *mm* et d'épaisseurs respectives de 10 et 6 *mm*. Dans le tableau 5.1 nous présentons les dimensions et noms des échantillons utilisés.

Mesures Coefficient d'absorption:		
Echantillon	Diamètre [ <i>mm</i> ]	Epaisseur [ <i>mm</i> ]
Mel1	100	6
Mel2	100	10
mel1	30	6
mel2	30	10
Aux	100	5
aux	30	5

TAB. 5.1: Mesures du coefficient d'absorption de mélamine et PU-PE

Plusieurs mesures ont été réalisées. Les échantillons de 100 *mm* de diamètres ont été utilisés pour des mesures dans un guide d'onde de même diamètre permettant d'obtenir des mesures dans la bande de fréquence de 50 Hz à 1.6 kHz. Trois mesures ont été réalisées pour chacun des trois échantillons possédant ces dimensions. Les résultats obtenus sont présentés dans la graphique 5.4.

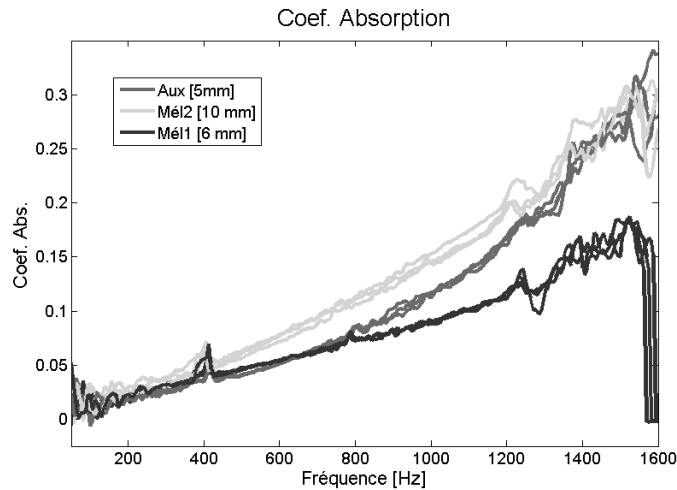


FIG. 5.4: Mesures du coefficient d'absorption dans la bande de fréquence de 50 Hz à 1.6 kHz pour des échantillons de 100 *mm* de diamètre.

Les échantillons d'un diamètre de 30 *mm* ont également été mesurés. Cette fois ci le guide d'onde utilisé possède un diamètre de 30 *mm* ce qui nous permet d'obtenir des mesures entre 500 Hz à 6.4 kHz. Trois mesures ont été réalisées pour chaque échantillon, les résultats obtenus sont présentés dans le graphique 5.5.

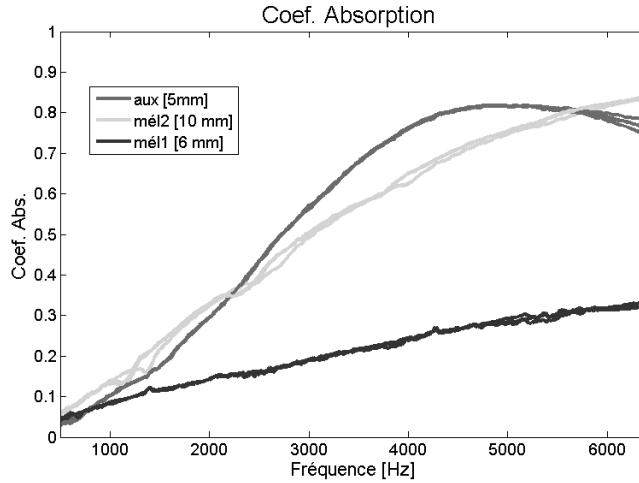


FIG. 5.5: Mesures du coefficient d'absorption dans la bande de fréquence de de 500 Hz à 6.4 kHz pour des échantillons de 30 *mm* de diamètre.

Avec les résultats obtenus et présentés dans les graphiques 5.4 et 5.5, il est possible de comparer le coefficient d'absorption des échantillons de mélamine et PU-PE auxétique possédant différentes épaisseurs.

Dans le graphique 5.4 nous pouvons observer du bruit dans les mesures faites en dessous de 400 *Hz* et à partir de 1300 *Hz* environ. Cependant, ce graphique permet observer que l'échantillon auxétique de 5 *mm* d'épaisseur a un coefficient d'absorption similaire aux échantillons de mélamine de 6 *mm* jusqu'à la fréquence de 700 *Hz* et au delà de cette fréquence il commence à présenter des valeurs supérieures. Nous percevons que la tendance vers les fréquences de 1600 *Hz* est d'atteindre une valeur similaire à celle de l'échantillon de mélamine possédant 10 *mm* d'épaisseur. L'échantillon auxétique peut présenter un coefficient d'absorption supérieur à celui d'un échantillon de mélamine même s'il possède une épaisseur inférieure, sans doute lié à une résistivité plus élevée. Pour continuer cette comparaison nous nous retournons vers les résultats présentés dans le graphique 5.5.

Dans le graphique 5.5, la bande de fréquence mesurée est de 500 Hz à 6.4 kHz. Ici, nous observons clairement que le coefficient d'absorption de l'échantillon auxétique de 5 *mm* d'épaisseur est supérieur à celui de la mélamine de 6 *mm* d'épaisseur à partir de 700 *Hz*. Ensuite, cette valeur s'égale avec celle de l'échantillon de mélamine de 10 *mm* d'épaisseur à la fréquence de 2.25 *kHz*. Entre les fréquences de 2.25 *kHz* et 5.75 *kHz*, l'échantillon auxétique présente des valeurs du coefficient d'absorption jusqu'à 15 % supérieures à celui de l'échantillon de mélamine

qui possède une épaisseur beaucoup plus grande de 10 *mm* et jusqu'à 6 % plus grande que l'échantillon de mélamine de 6 *mm*. A la fréquence de 5.75 *kHz* les coefficients d'absorption ont à nouveau la même valeur que celui de la mélamine de 10 *mm*. Cette valeur diminue au-delà de cette fréquence, cependant elle se maintient toujours très supérieure à celle de l'échantillon de 6 *mm*.

Ces essais nous ont montré que l'échantillon PU-PE auxétique pour les bandes de fréquences étudiées (50 *Hz* à 6.5 *kHz*) a présenté une plus grande absorption acoustique que la mélamine avec un échantillon possédant une épaisseur plus faible. Cette caractéristique peut s'avérer très importante, par exemple, dans les cas où nous cherchons traiter le contrôle passif de bruit tout en étant limité par le volume du matériau utilisé comme traitement.

### 5.3 Formulation de Biot ( $\mathbf{u}^s, \mathbf{u}^f$ )

Nous présentons dans cette section la formulation de Biot pour un échantillon auxétique isotrope transverse selon le déplacement de la partie solide de la mousse ( $\mathbf{u}^s$ ) et le déplacement de la partie fluide de la mousse ( $\mathbf{u}^f$ ). Cette description est similaire à celle décrite par [6] et présentée aussi dans les descriptions de [110] et [119].

Comme cela a été dit précédemment, les mousses auxétiques possèdent un coefficient de Poisson négatif. La théorie des matériaux isotropes autorise un coefficient de Poisson compris entre -1 et 0,5. En raison des caractéristiques de l'échantillon modélisé plusieurs paramètres seront directionnellement dépendants. Pour une mousse auxétique isotrope transverse, quelques paramètres, dans notre cas, en plus du coefficient de Poisson, vont avoir différentes valeurs selon leurs directions.

Nous présentons ici la première formulation de Biot appliquée pour les matériaux poreux isotropes transverses, écrite sous la forme du déplacement de la phase solide  $\mathbf{u}^s$  et du déplacement de la phase fluide  $\mathbf{u}^f$ . L'ensemble des paramètres directionnellement dépendant de la formulation de Biot sont:  $\sigma^i$  la résistivité,  $\Lambda^i$  la longueur caractéristique visqueuse,  $\alpha_\infty^i$  la tortuosité,  $\tilde{\rho}_{sf}^i$  et  $\tilde{\rho}_{ff}^i$  paramètres qui dépendent de la géométrie de la mousse et de la densité du fluide, où l'indice  $i$  est utilisé pour définir les éléments diagonaux.

Nous avons aussi, bien sûr, des paramètres mécaniques directionnellement dépendants qui sont:  $E^i$  le module de Young,  $\nu^i$  le coefficient de Poisson et  $\eta^i$  le coefficient de perte.

L'échantillon de mousse a été modélisé dans un premier temps, dans le but de comparer des valeurs expérimentales (Tube de Kundt) avec les valeurs numériques. L'échantillon est de même diamètre que le guide d'onde cylindrique et étant donné la symétrie axiale du problème, nous avons choisi de ne garder qu'un quart de cylindre pour les applications numériques (figure 5.6).

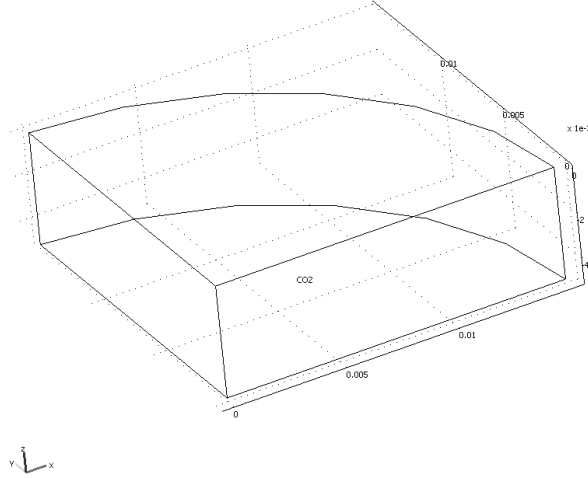


FIG. 5.6: Géométrie du modèle

Il a été montré par Sanchez-Palencia [106] que pour les matériaux poreux anisotropes, la perméabilité visqueuse dynamique (ou la tortuosité dynamique) et différents paramètres qui décrivent les interactions visqueuses entre les deux phases sont des tenseurs symétriques de second ordre. Ces tenseurs sont diagonaux dans trois directions orthogonales (X, Y et Z). Pour les matériaux isotropes transverses, une de ces directions est l'axe de symétrie Z et un couple d'axes orthogonaux, X et Y, dans le plan de symétrie complètent les axes. L'indice  $i$ ,  $i = x, y, z$  sera utilisés pour définir les éléments diagonaux  $\sigma^i$ ,  $\Lambda^i$ ,  $\alpha_\infty^i$ ,  $\tilde{\rho}_{sf}^i$ ,  $\tilde{\rho}_{ff}^i$ . Les interactions visqueuses et inertielles entre les deux phases, quand les vitesses sont parallèles à la direction où les paramètres sont diagonaux sont les mêmes que dans les milieux isotropes avec les paramètres égaux aux éléments diagonaux. Les équations d'ondes dans la première représentation de Biot peuvent être décrites par :

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_{xi}^s}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yi}^s}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zi}^s}{\partial z} = -\omega^2 \left( \tilde{\rho}_{ss}^i u_i^s + \tilde{\rho}_{sf}^i u_i^f \right) \\ \frac{\partial \sigma_{xi}^f}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yi}^f}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zi}^f}{\partial z} = -\omega^2 \left( \tilde{\rho}_{ff}^i u_i^f + \tilde{\rho}_{sf}^i u_i^s \right) \end{cases} \quad (5.1a)$$

$$\quad (5.1b)$$

$$i = x, y, z \quad (5.2)$$

où

$$\tilde{\rho}_{ff}^i = \phi \rho_0 - \tilde{\rho}_{sf}^i \quad (5.3)$$

$$\tilde{\rho}_{ss}^i = \rho_s - \tilde{\rho}_{sf}^i \quad (5.4)$$

Avec  $\rho_0$  la densité de l'air,  $\phi$  la porosité et  $\tilde{\rho}_{sf}^i$  défini similairement au chapitre antérieur.

Les équations 5.1a et 5.1b peuvent être réécrites de la manière suivante:

$$\nabla \cdot \sigma_{ij}^s = \text{div}(\sigma_{ij}^s) = \left\{ \begin{array}{l} -\omega^2 \left( \tilde{\rho}_{ss}^x u^s + \tilde{\rho}_{sf}^x u^f \right) \\ -\omega^2 \left( \tilde{\rho}_{ss}^y y^s + \tilde{\rho}_{sf}^y v^f \right) \\ -\omega^2 \left( \tilde{\rho}_{ss}^z w^s + \tilde{\rho}_{sf}^z w^f \right) \end{array} \right\} \quad (5.5)$$

$$\nabla \cdot \sigma_{ij}^f = \text{div}(\sigma_{ij}^f) = \left\{ \begin{array}{l} -\omega^2 \left( \tilde{\rho}_{ff}^x u^f + \tilde{\rho}_{sf}^x u^s \right) \\ -\omega^2 \left( \tilde{\rho}_{ff}^y v^f + \tilde{\rho}_{sf}^y v^s \right) \\ -\omega^2 \left( \tilde{\rho}_{ff}^z w^f + \tilde{\rho}_{sf}^z w^s \right) \end{array} \right\} \quad (5.6)$$

$\sigma_{ij}^s$  est défini par :

$$\sigma_{ij}^s = \hat{\sigma}_{ij}^s + \left( \frac{1-\phi}{\phi} \right) \sigma_{ij}^f \quad (5.7)$$

où  $\hat{\sigma}_{ij}^s$  est la contrainte de la partie solide dans le vide. Ce tenseur ne dépend que de la variable primale  $\mathbf{u}^s$  tel que :

$$\hat{\sigma}_{xx}^s = (2G + A) e_{xx} + A e_{yy} + F e_{zz} \quad (5.8)$$

$$\hat{\sigma}_{yy}^s = A e_{xx} + (2G + A) e_{yy} + F e_{zz} \quad (5.9)$$

$$\hat{\sigma}_{zz}^s = F e_{xx} + F e_{yy} + C e_{zz} \quad (5.10)$$

$$\hat{\sigma}_{yz}^s = 2G' e_{yz} \quad (5.11)$$

$$\hat{\sigma}_{xz}^s = 2G' e_{xz} \quad (5.12)$$

$$\hat{\sigma}_{xy}^s = 2G e_{xy} \quad (5.13)$$

où  $e_{ij}$  est la composante de la déformation définie par  $e_{ij} = 1/2 \left( \partial u_i^s / \partial x_j + \partial u_j^s / \partial x_i \right)$ . Les coefficients  $A, F, G, C$  et  $G'$  sont les coefficients de rigidité qui dans le cas d'un matériau isotrope nous amènent aux relations  $G = G', F = A, C = (A + G)$ . Utilisant la notation trouver dans le travail de Cheng (1997) [34], le module de Young est donné par  $E_x, E_y, E_z$  qui peut être réécrit pour les matériaux isotropes transverses par  $E_x = E_y = E, E_z = E'$ . Le coefficient de Poisson est décrit par  $\nu_{yx}, \nu_{zy}, \nu_{zx}$  et suivant la même idée nous le réécrivons  $\nu_{yx} = \nu$  et  $\nu_{zy} = \nu_{zx} = \nu'$ .

Donc,  $A$ ,  $F$ ,  $C$ ,  $G$  et  $G'$  peuvent être écrits:

$$A = \frac{E (E' \nu + E \nu'^2)}{(1 + \nu) (E' - E' \nu - 2E \nu'^2)} \quad (5.14)$$

$$F = \frac{E E' \nu'}{E' - E' \nu - 2E \nu'^2} \quad (5.15)$$

$$C = \frac{E'^2 (1 - \nu)}{E' - E' \nu - 2E \nu'^2} \quad (5.16)$$

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (5.17)$$

$$G' = \frac{E'}{2(1 + \nu')} \quad (5.18)$$

$$(5.19)$$

Le tenseur  $\sigma_{ij}^f$  est lui défini par l'expression :

$$\sigma_{ij}^f = -\phi p^m \delta_{ij} = K_f [\phi \theta_f + (1 - \phi) \theta_s] \delta_{ij} \quad (5.20)$$

où les dilatations des phases fluides et solides sont respectivement définies par :

$$\theta_f = \text{div} \mathbf{u}^f = u_{i,i}^f = \frac{\partial u^f}{\partial x} + \frac{\partial v^f}{\partial y} + \frac{\partial w^f}{\partial z} \quad (5.21)$$

$$\theta_s = \text{div} \mathbf{u}^s = u_{i,i}^s = \frac{\partial u^s}{\partial x} + \frac{\partial v^s}{\partial y} + \frac{\partial w^s}{\partial z} \quad (5.22)$$

Donc le tenseur  $\sigma_{ij}^f$  s'écrit :

$$\sigma_{ij}^f = \begin{vmatrix} -\phi p^m & 0 & 0 \\ 0 & -\phi p^m & 0 \\ 0 & 0 & -\phi p^m \end{vmatrix} \quad (5.23)$$

ou encore :

$$\sigma_{xx}^f = K_f [\phi \theta_f + (1 - \phi) \theta_s] \quad (5.24)$$

$$\sigma_{yy}^f = K_f [\phi \theta_f + (1 - \phi) \theta_s] \quad (5.25)$$

$$\sigma_{zz}^f = K_f [\phi \theta_f + (1 - \phi) \theta_s] \quad (5.26)$$

$$\sigma_{yz}^f = 0 \quad (5.27)$$

$$\sigma_{xz}^f = 0 \quad (5.28)$$

$$\sigma_{xy}^f = 0 \quad (5.29)$$

Avec l'équation 5.7, les équations de 5.8 à 5.13 qui définissent  $\hat{\sigma}_{ij}^s$  et les équations de 5.24 à 5.29,  $\sigma_{ij}^f$ , on écrit  $\sigma_{ij}^s$  tel que:

$$\sigma_{ij}^s = \begin{vmatrix} \hat{\sigma}_{xx}^s + \left(\frac{1-\phi}{\phi}\right) \sigma_{xx}^f & \hat{\sigma}_{xy}^s & \hat{\sigma}_{xz}^s \\ \hat{\sigma}_{yx}^s & \hat{\sigma}_{yy}^s + \left(\frac{1-\phi}{\phi}\right) \sigma_{yy}^f & \hat{\sigma}_{yz}^s \\ \hat{\sigma}_{zx}^s & \hat{\sigma}_{zy}^s & \hat{\sigma}_{zz}^s + \left(\frac{1-\phi}{\phi}\right) \sigma_{zz}^f \end{vmatrix} \quad (5.30)$$

Donc,  $\sigma_{ij}^s$  est finalement donné par :

$$\sigma_{xx}^s = (2G + A) e_{xx} + A e_{yy} + F e_{zz} + \left(\frac{1-\phi}{\phi}\right) K_f [\phi \theta_f + (1-\phi) \theta_s] \quad (5.31)$$

$$\sigma_{yy}^s = A e_{xx} + (2G + A) e_{yy} + F e_{zz} + \left(\frac{1-\phi}{\phi}\right) K_f [\phi \theta_f + (1-\phi) \theta_s] \quad (5.32)$$

$$\sigma_{zz}^s = F e_{xx} + F e_{yy} + C e_{zz} + \left(\frac{1-\phi}{\phi}\right) K_f [\phi \theta_f + (1-\phi) \theta_s] \quad (5.33)$$

$$\sigma_{yz}^s = 2G' e_{yz} \quad (5.34)$$

$$\sigma_{xz}^s = 2G' e_{xz} \quad (5.35)$$

$$\sigma_{xy}^s = 2G e_{xy} \quad (5.36)$$

### 5.3.1 Conditions aux limites vibro-acoustiques pour les matériaux poreux :

Dans cette sous-section nous vous présentons les conditions limites de couplage acoustique pour les matériaux poreux. De la formulation  $(\mathbf{u}^s, \mathbf{u}^f)$  nous avons les trois conditions limites suivantes:

$$\begin{cases} \sigma_{ij}^t n_j = -p^a n_i \end{cases} \quad (5.37a)$$

$$\begin{cases} \frac{1}{\rho_0 \omega^2} \frac{\partial p^a}{\partial n} = (1-\phi) u_n^s + \phi u_n^f \end{cases} \quad (5.37b)$$

$$\begin{cases} p^m = p^a \end{cases} \quad (5.37c)$$

avec  $\sigma_{ij}^t$  le tenseur total des contraintes dans le matériaux poreux et  $p^m$  la pression dans la mousse qui est définie par l'expression :

$$p^m = -\frac{K_f}{\phi} [\phi \theta_f + (1-\phi) \theta_s] \quad (5.38)$$

## 5.4 Implémentation 3D

Dans cette sous-section notre objectif est de montrer assez rapidement comment la formulation qui vient d'être présentée a été introduite dans le logiciel de calcul EF utilisé. Nous allons avoir un sous-domaine poreux qui représente l'échantillon. Le sous-domaine est défini et par la suite les conditions aux limites sont définies à leur tour.

Pour la modélisation élément fini (EF), nous avons défini directement les EDP dans les sous-domaines. Les variables de déplacement y ont été définies  $u^s$ ,  $v^s$ ,  $w^s$  et  $u^f$ ,  $v^f$ ,  $w^f$  pour



caractériser un domaine poreux formé par une phase solide et une phase fluide représentées par les indices  $s$  et  $f$  respectivement, tout en suivant la première formulation de Biot ( $\mathbf{u}^s, \mathbf{u}^f$ ) et nous avons aussi une variable  $p^a$  représentant la pression dans l'air dans le tube.

Les variables du domaine poreux sont écrites  $u_i^s = \{u^s \ v^s \ w^s\}^T$  partie solide et  $u_i^f = \{u^f \ v^f \ w^f\}^T$  partie fluide.

#### 5.4.1 Equations du sous-domaine poreux:

L'équation aux dérivées partielles gérant l'équilibre du matériau poreux s'écrit de manière générique :

$$\nabla \cdot \mathbf{\Gamma}_{(6 \times 3)} = \mathbf{f}_{(6 \times 1)} \quad (5.39)$$

où  $\mathbf{\Gamma}_{(6 \times 3)} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Gamma}_{(\mathbf{u}^s, \mathbf{u}^f)}^s \\ \mathbf{\Gamma}_{(\mathbf{u}^s, \mathbf{u}^f)}^f \end{bmatrix}_{(6 \times 3)}$  donc, les trois première lignes de la matrice  $\mathbf{\Gamma}_{(\mathbf{u}^s, \mathbf{u}^f)}^s$  font référence au tenseur contrainte de la partie solide et les trois dernières lignes  $\mathbf{\Gamma}_{(\mathbf{u}^s, \mathbf{u}^f)}^f$  font référence aux contraintes de la partie fluide.

$\mathbf{f}_{(6 \times 1)} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{(\mathbf{u}^s, \mathbf{u}^f)}^s \\ \mathbf{f}_{(\mathbf{u}^s, \mathbf{u}^f)}^f \end{bmatrix}_{(6 \times 1)}$  représente les forces de la partie solide pour les trois premières lignes du vecteur et les forces présentes dans la partie fluide pour les trois dernières lignes du vecteur.

Donc, en prenant en compte l'équation (5.1a) nous pouvons définir :

$$\mathbf{\Gamma}_{(\mathbf{u}^s, \mathbf{u}^f)}^s = \sigma_{ij}^s \quad (5.40)$$

dépendant des variables primales  $\mathbf{u}^s$  et  $\mathbf{u}^f$  sous la forme de matrice symétrique de dimensions  $(3 \times 3)$  Exprimé par les équations de (5.31) à (5.36), avec  $e_{xx} = \frac{\partial u^s}{\partial x}$ ,  $e_{yy} = \frac{\partial v^s}{\partial y}$ ,  $e_{zz} = \frac{\partial w^s}{\partial z}$ ,  $e_{yz} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v^s}{\partial z} + \frac{\partial w^s}{\partial y} \right)$ ,  $e_{xz} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u^s}{\partial z} + \frac{\partial w^s}{\partial x} \right)$  et  $e_{xy} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u^s}{\partial y} + \frac{\partial v^s}{\partial x} \right)$ .

Ces 6 éléments sont représentés par:

$$\mathbf{\Gamma}_{xx}^s = (2G + A) \frac{\partial u^s}{\partial x} + A \frac{\partial v^s}{\partial y} + F \frac{\partial w^s}{\partial z} + \left( \frac{1 - \phi}{\phi} \right) K_f [\phi \theta_f + (1 - \phi) \theta_s] \quad (5.41)$$

$$\mathbf{\Gamma}_{yy}^s = A \frac{\partial u^s}{\partial x} + (2G + A) \frac{\partial v^s}{\partial y} + F \frac{\partial w^s}{\partial z} + \left( \frac{1 - \phi}{\phi} \right) K_f [\phi \theta_f + (1 - \phi) \theta_s] \quad (5.42)$$

$$\mathbf{\Gamma}_{zz}^s = F \frac{\partial u^s}{\partial x} + F \frac{\partial v^s}{\partial y} + C \frac{\partial w^s}{\partial z} + \left( \frac{1 - \phi}{\phi} \right) K_f [\phi \theta_f + (1 - \phi) \theta_s] \quad (5.43)$$

$$\mathbf{\Gamma}_{yz}^s = G' \left( \frac{\partial v^s}{\partial z} + \frac{\partial w^s}{\partial y} \right) \quad (5.44)$$

$$\mathbf{\Gamma}_{xz}^s = G' \left( \frac{\partial u^s}{\partial z} + \frac{\partial w^s}{\partial x} \right) \quad (5.45)$$

$$\mathbf{\Gamma}_{xy}^s = G \left( \frac{\partial u^s}{\partial y} + \frac{\partial v^s}{\partial x} \right) \quad (5.46)$$

Nous obtenons aussi  $\mathbf{f}^s$ :

$$\mathbf{f}^s = -\omega^2 \left( \tilde{\rho}_{ss}^i u_i^s + \tilde{\rho}_{sf}^i u_i^f \right) \quad (5.47)$$

ou sous la forme de vecteur de dimensions  $(3 \times 1)$ :

$$\mathbf{f}_x^s = -\omega^2 \left( \tilde{\rho}_{ss}^x u^s + \tilde{\rho}_{sf}^x u^f \right) \quad (5.48)$$

$$\mathbf{f}_y^s = -\omega^2 \left( \tilde{\rho}_{ss}^y v^s + \tilde{\rho}_{sf}^y v^f \right) \quad (5.49)$$

$$\mathbf{f}_z^s = -\omega^2 \left( \tilde{\rho}_{ss}^z w^s + \tilde{\rho}_{sf}^z w^f \right) \quad (5.50)$$

$\mathbf{\Gamma}_{(\mathbf{u}^s, \mathbf{u}^f)}^f$  s'écrit à partir de l'équation (5.1b):

$$\nabla \cdot \sigma_{ij}^f = -\omega^2 \left( \tilde{\rho}_{ff}^i u_i^f + \tilde{\rho}_{sf}^i u_i^s \right) \quad (5.51)$$

avec  $\sigma_{ij}^f$  défini par l'équation (5.20). Donc nous pouvons la réécrire sous la forme :

$$\nabla \cdot (-\phi p^m) \delta_{ij} = -\omega^2 \left( \tilde{\rho}_{ff}^i u_i^f + \tilde{\rho}_{sf}^i u_i^s \right) \quad (5.52)$$

ou encore:

$$\nabla \cdot \begin{pmatrix} K_f [\phi \theta_f + (1 - \phi) \theta_s] & 0 & 0 \\ 0 & K_f [\phi \theta_f + (1 - \phi) \theta_s] & 0 \\ 0 & 0 & K_f [\phi \theta_f + (1 - \phi) \theta_s] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\omega^2 \left( \tilde{\rho}_{ff}^i u_i^f + \tilde{\rho}_{sf}^i u_i^s \right) \\ -\omega^2 \left( \tilde{\rho}_{ff}^i u_i^f + \tilde{\rho}_{sf}^i u_i^s \right) \\ -\omega^2 \left( \tilde{\rho}_{ff}^i u_i^f + \tilde{\rho}_{sf}^i u_i^s \right) \end{pmatrix} \quad (5.53)$$

soit encore sous la forme vectoriel le:

$$\mathbf{\Gamma}_{xx}^f = K_f [\phi \theta_f + (1 - \phi) \theta_s] \quad (5.54)$$

$$\mathbf{\Gamma}_{yy}^f = K_f [\phi \theta_f + (1 - \phi) \theta_s] \quad (5.55)$$

$$\mathbf{\Gamma}_{zz}^f = K_f [\phi \theta_f + (1 - \phi) \theta_s] \quad (5.56)$$

$$\mathbf{\Gamma}_{yz}^f = 0 \quad (5.57)$$

$$\mathbf{\Gamma}_{xz}^f = 0 \quad (5.58)$$

$$\mathbf{\Gamma}_{xy}^f = 0 \quad (5.59)$$

dépendent des variables primales  $\mathbf{u}^s$  et  $\mathbf{u}^f$ .

$\mathbf{f}_m^s$  s'écrit lui sous la forme de vecteur de dimensions  $(3 \times 1)$ :

$$\mathbf{f}^f = -\omega^2 \left( \tilde{\rho}_{ff}^i u_i^f + \tilde{\rho}_{sf}^i u_i^s \right) \quad (5.60)$$

entré dans le logiciel sous la forme :

$$\mathbf{f}_x^f = -\omega^2 \left( \tilde{\rho}_{ff}^x u^f + \tilde{\rho}_{sf}^x u^s \right) \quad (5.61)$$

$$\mathbf{f}_y^f = -\omega^2 \left( \tilde{\rho}_{ff}^y v^f + \tilde{\rho}_{sf}^y v^s \right) \quad (5.62)$$

$$\mathbf{f}_z^f = -\omega^2 \left( \tilde{\rho}_{ff}^z w^f + \tilde{\rho}_{sf}^z w^s \right) \quad (5.63)$$

De cette manière les équations du sous-domaine poreux sont défini pour être introduites dans le code Comsol sous la forme forte d'équations aux dérivées partielles.

### 5.4.2 Conditions aux limites:

Pour représenter le système complet nous avons construit une géométrie. Le sous-domaine matériaux poreux est représentée dans la figure 5.6. Comme nous le constatons dans cette figure, étant donné la symétrie axiale du problème, nous avons choisi de ne garder qu'un quart de cylindre. L'échantillon représenté possède 3 cm de diamètre et 0,5 cm d'épaisseur. Pour les essais expérimentaux cet échantillon est placé au fond d'un guide d'onde possédant le même diamètre (3 cm) .

Les frontières sont ensuite déterminées et les conditions limites sont appliquées. Les limites pour l'échantillon sont nommées de 1 à 5 comme illustré dans la figure 5.7 . La frontière 3 correspond au fond du guide d'onde. La frontière 4 est celle qui est théoriquement en contact avec l'air du tube et se rencontre en face du haut parleur . La frontière 5 la face courbe est celle en contact avec les parties latérales du tube. Finalement les frontières 1 et 2 sont celles qui apparaissent quand nous considérons un quart de l'échantillon, ce sont des interfaces où sont appliqués des conditions de symétrie.

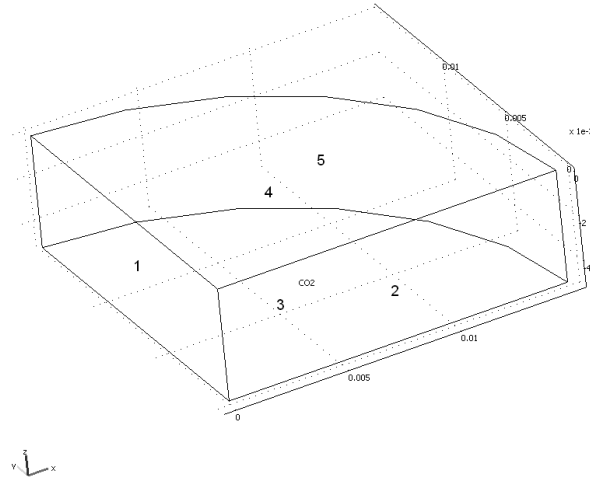


FIG. 5.7: Figure illustrant les 5 frontières de la géométrie.

#### Première condition au limite vibro-acoustique:

La première condition aux limites vibro-acoustiques, équation (5.37a) , va être appliquée sur la frontière 4 et nous allons l'écrire sous la forme générique  $-n_j \mathbf{\Gamma}_m^s = \mathbf{g}^s$ , correspondant à l'écriture d'une condition de Neuman associé à (5.39).  $\mathbf{\Gamma}_m^s$  représente la contrainte de la phase solide du matériau poreux. Donc, nous avons la première condition aux limites vibro-acoustiques représentée par l'équation (5.37a) de la manière suivante :

$$-n_j \sigma_{ij}^t = n_i p^a \quad (5.64)$$

Le tenseur total de contraintes  $\sigma_{ij}^t$  est la somme des tenseurs  $\sigma_{ij}^s$  et  $\sigma_{ij}^f$ . Donc nous pouvons écrire :

$$-n_j (\sigma_{ij}^s + \sigma_{ij}^f) = n_i p^a \quad (5.65)$$

Nous isolons  $-n_j (\sigma_{ij}^s)$  d'un coté de l'équation:

$$-n_j (\sigma_{ij}^s) = n_i p^a + n_j \sigma_{ij}^f \quad (5.66)$$

Et substituons  $\sigma_{ij}^f$  par :

$$\sigma_{ij}^f = -\phi p^m \delta_{ij} \quad (5.67)$$

De la condition limite des équations (5.37c), nous savons que  $p^a$  est identique à  $p^m$  sur les limites où seront appliquées ces trois conditions vibro-acoustiques. Donc, nous pouvons réécrire l'équation en substituant  $p^m$  par  $p^a$  :

$$\sigma_{ij}^f = -\phi p^a \delta_{ij} \quad (5.68)$$

Nous substituons cette relation dans la condition limite pour finalement obtenir:

$$-n_j (\sigma_{ij}^s) = n_i p^a - n_j \phi p^a \delta_{ij} \quad (5.69)$$

Et concluons ainsi que la valeur de  $\mathbf{g}^s$  est :

$$\mathbf{g}^s = n_i p^a - n_j \phi p^a \delta_{ij} \quad (5.70)$$

ainsi nous définissons cette condition limite sur la frontière 4 comme une condition de Neumann avec  $\mathbf{g}^s$  exprimé par:

$$\mathbf{g}_x^s = n_x p^a (1 - \phi) \quad (5.71)$$

$$\mathbf{g}_y^s = n_y p^a (1 - \phi) \quad (5.72)$$

$$\mathbf{g}_z^s = n_z p^a (1 - \phi) \quad (5.73)$$

### Deuxième condition aux limites vibro-acoustiques:

La deuxième condition aux limites équation (5.37b) devrait être appliquée dans les cas où un sous domaine acoustique serait modélisé en contact avec les sous-domaines du matériau poreux,

cette condition serait présentée sous la forme  $-n_j (\mathbf{\Gamma}^a) = g^a$ , condition de Neumann.  $\mathbf{\Gamma}^a$  est utilisé pour représenter le domaine acoustique. Donc, à partir de l'équation (5.37b) :

$$\frac{1}{\rho_0 \omega^2} \frac{\partial p^a}{\partial n} = (1 - \phi) u_n^s + \phi u_n^f \quad (5.74)$$

qui peut être écrite :

$$\frac{1}{\rho_0 \omega^2} n_i \nabla p^a = (1 - \phi) u_n^s + \phi u_n^f \quad (5.75)$$

nous isolons  $-n_j (\mathbf{\Gamma}^a)$  pour retrouver  $g^a$  :

$$-n_i \nabla p^a = -\rho_0 \omega^2 \left( (1 - \phi) u_n^s + \phi u_n^f \right) \quad (5.76)$$

Ainsi  $g^a$  est exprimé par :

$$\boxed{\mathbf{g}^a = -\rho_0 \omega^2 \left( (1 - \phi) u_n^s + \phi u_n^f \right)} \quad (5.77)$$

#### Troisième condition aux limites vibro-acoustiques:

La troisième condition aux limites, équation (5.37c), est appliquée sur la frontière 4 et nous allons la mettre sous la forme  $-n_j \mathbf{\Gamma}_m^f = \mathbf{g}^f$ , condition de Neumann. Donc l'équation (5.37c) est donnée par :

$$p^m = p^a \quad (5.78)$$

Donc nous pouvons écrire la condition limite de Neumann comme :

$$-n_i \sigma_{ij}^f = n_i \phi p^m \delta_{ij} = n_i \phi p^a \delta_{ij} \quad (5.79)$$

Nous définissons ainsi  $\mathbf{g}^f$  égal à :

$$\boxed{\mathbf{g}_x^f = n_x \phi p^a} \quad (5.80)$$

$$\boxed{\mathbf{g}_y^f = n_y \phi p^a} \quad (5.81)$$

$$\boxed{\mathbf{g}_z^f = n_z \phi p^a} \quad (5.82)$$

Cette condition de Neumann va être appliquée sur la frontière 4 tout comme la première condition de couplage vibro-acoustique présentée antérieurement.

#### Frontière 1:

Sur la frontière 1 fig. 5.7 il est appliqué une condition de symétrie, le type d'équation est de Dirichlet. Le déplacement de la phase solide est déterminé par :

$$u_s = 0 \quad (5.83)$$

et pour la phase fluide:

$$\omega^2 \left( \rho_0 u_s + \frac{\rho_{ff}}{\phi} (u_f - u_s) \right) = 0 \quad (5.84)$$

**Frontière 2:**

Sur la frontière 2, comme pour la 1, il est appliqué aussi une condition de symétrie et le type d'équation est de Dirichlet aussi. Le déplacement de la phase solide est déterminé par :

$$v_s = 0 \quad (5.85)$$

et pour la phase fluide:

$$\omega^2 \left( \rho_0 v_s + \frac{\rho_{ff}}{\phi} (v_f - v_s) \right) = 0 \quad (5.86)$$

**Frontière 3:**

Dans la frontière 3 correspondant aux contacts de l'échantillon de mousse avec le fond du guide d'onde nous appliquons une condition limite avec le type d'équation étant de Dirichlet. Les déplacements de la phase solide sont donc déterminés par :

$$u_s = 0 \quad (5.87)$$

$$v_s = 0 \quad (5.88)$$

$$w_s = 0 \quad (5.89)$$

et pour la phase fluide il est appliqué :

$$\omega^2 (\rho_0 w_s + (\frac{\rho_{ff}}{\phi})(w_f - w_s)) = 0 \quad (5.90)$$

**Frontière 4:**

La frontière 4 est celle où se fait le couplage entre le milieu poreux (échantillon de mousse) et le milieu acoustique (air contenu dans le guide d'onde). Les équations de couplages ont été présentées par 5.37a, 5.37b et 5.37c . La pression est imposée constante sur cette frontière  $p = 1$  et les conditions 5.37a et 5.37c sont appliquées comme décrit antérieurement sous la forme présentée par les équations par 5.71, 5.72, 5.73 pour la phase solide et 5.80, 5.81, 5.82, pour la phase fluide .

**Frontière 5:**

Il est appliqué sur la frontière 5 des conditions limites, le type d'équation est celui de Dirichlet. Pour la phase solide nous avons :

$$u_s n_x + v_s n_y = 0 \quad (5.91)$$

et pour la phase fluide nous avons :

$$\omega^2 \left( \rho_0 u_s + \frac{\rho f f x}{\phi} (u_f - u_s) \right) n_x + \omega^2 \left( \rho_0 v_s + \frac{\rho f f x}{\phi} (v_f - v_s) \right) n_y = 0 \quad (5.92)$$

## 5.5 Identification des paramètres (1) :

Le nombre de paramètres présenté dans le chapitre 2 pour les matériaux poreux isotropes est de 9. Dans le cas particulier abordé ici ce nombre est encore plus grand. Des paramètres sont directionnellement dépendants, ce qui va les rendre plus difficiles à identifier et atteindre un total de 15 paramètres. Plusieurs techniques en plus de celles adaptées pour un matériau isotrope sont nécessaires pour aboutir à des valeurs identifiées fiables. Des essais mécaniques, des techniques d'analyse d'images référentes aux essais et une étude bibliographique sont présentés ici.

Les identifications faites dans cette section permettent d'acquérir des valeurs proches des valeurs réelles recherchées. L'ordre de grandeur des paramètres permet de vérifier la cohérence des valeurs rencontrées quand un algorithme de minimisations est utilisé pour faire le recalage d'un modèle numérique des données expérimentales. Cette étape est importante pour adopter des limites pour chaque paramètre, simplement adopter une valeur, ou être capable de vérifier la validité d'une identification faite à partir d'un calcul numérique d'optimisation.

La recherche des valeurs de paramètres est initialement faite à partir d'une étude bibliographique destinée aux matériaux poreux en générale. Ensuite, cherchant à obtenir des valeurs plus spécifiques aux matériaux utilisés, des articles utilisant des matériaux similaires ont été pris en compte [107] et [15]. Ces deux derniers articles présentent justement une méthode d'identification inverse des paramètres de Biot pour des mousses PU-PE et PU conventionnels et auxétiques en utilisant des techniques spectrales par éléments finis. L'approche associe des données obtenues à partir de quelques essais dynamiques avec un modèle numérique (Transformée de Fourier) de la théorie de Biot pour les poroélastiques.

Finalement, à cherchant être encore plus précis, nous avons développé une technique utilisant un analyseur mécanique dynamique (DMA) et une corrélation d'images pour évaluer l'ordre de grandeur des modules de Young et coefficients de Poisson présentés par notre échantillon PU-PE auxétique.

### 5.5.1 Etude bibliographique des paramètres auxétiques PU-PE:

Dans un premier temps nous avons fait une étude bibliographique approfondie pour tenter d'obtenir des valeurs pour les paramètres nécessaires pour caractériser un échantillon PU-PE isotrope transverse auxétique et notamment aussi qui ne seront pas identifiées par nos test DMA et par corrélation d'image.

L'article [107] présente l'identification de plusieurs paramètres pour des mousses PU-PE conventionnelles et auxétiques qui ont été obtenus avec le même procédé de fabrication que

l'échantillon PU-PE isotrope transverse utilisé dans notre étude. Une méthode inverse d'identification pour certains paramètres est d'écrite. Un grand nombre d'essais dynamiques ont été réalisés dans ces travaux pour des fréquences allant de 5  $Hz$  à 2  $kHz$ . Plusieurs groupes d'échantillons ont été évalués.

Cette étude permet d'obtenir des valeurs entre 23 et 600  $kPa$  pour le module de Young ( $E_z$ ) dans la direction auxétique, des valeurs entre -0.7 et -0.9 pour les coefficient de Poisson négatifs ( $\nu_{zy}$  et  $\nu_{zx}$ ). Les masses volumiques varient entre 81.6 et 326,4  $Kg/m^3$  pour les échantillons auxétiques et tournent au tour de 26  $Kg/m^3$  pour les échantillons conventionnels. Les valeurs pour la tortuosité ( $\alpha_{\infty z}$ ) du matériau dans la direction auxétique varient entre 1 et 1,53 selon les groupes d'échantillon analysés.

Un autre article [15] présente une étude de groupes de mousses auxétiques en polyuréthane. Leurs rigidités et leurs énergies dissipées ont été évaluées. Les échantillons analysés présentent des Module de Young et Coefficient de Poisson similaires aux échantillons présentés dans l'article antérieur [107]. En se basant sur l'hypothèse que les échantillons de cet article présentent des comportements et paramètres similaires aux échantillons de l'article antérieur nous avons pu définir une notion d'ordre de grandeur du coefficient de perte pour notre échantillon PU-PE. Les valeurs pour le coefficient de perte  $\eta_z$  varient alors entre 17 et 29 % .

Les articles [32] et [87] présentent des études de sensibilité appliquées pour de matériaux poreux dans lesquels il a été utilisé le modèle de Johnson-Allard. Dans ces articles des valeurs limites pour chaque paramètre de couplage ont été proposés pour les mousses en général. Les valeurs pour la résistivité ( $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  et  $\sigma_z$ ,) des matériaux poreux se trouvent entre 1500 et 200000  $N.s.m^{-4}$ , la porosité ( $\Phi$ ) se trouve entre 0.7 et 0.99, la tortuosité ( $\alpha_{\infty x}$ ,  $\alpha_{\infty y}$  et  $\alpha_{\infty z}$ ) se trouve entre les valeurs de 1 et 3, la longueur caractéristique visqueuse ( $\Lambda_x$ ,  $\Lambda_y$  et  $\Lambda_z$ ) entre  $5.10^{-6}$  et  $200.10^{-6}$   $m$  et la longueur caractéristique thermique ( $\Lambda'$ ) a des valeurs comprises entre  $5.10^{-6}$  et  $200.10^{-6}$   $m$ .

### 5.5.2 Analyseur mécanique dynamique (DMA)

L'analyse mécanique dynamique (DMA) a été une des séries de mesures expérimentales faite pour avoir un ordre de grandeur de certains paramètres mécaniques de notre échantillon auxétique. Les essais DMA nous ont permis de mesurer l'évolution des valeurs de Module de Young et le coefficient de perte en fonction de la fréquence. L'utilisation du banc d'essai DMA est présenté dans l'annexe B.

Nous avons découpé deux échantillons. Un permettant de faire des essais en traction et un autre des essais en compression. Les dimensions du premier sont de 85  $mm$  de longueur, 12.5  $mm$  de largeur et 5.2  $mm$  d'épaisseur, cet échantillon "1" est montré dans le schéma de la figure 5.8. Le deuxième échantillon a un format cylindrique avec un rayon de 30  $mm$  de diamètre et 5  $mm$  d'épaisseur, le schéma de la géométrie de cette échantillon "2" est montré sur la droite de la figure 5.8.



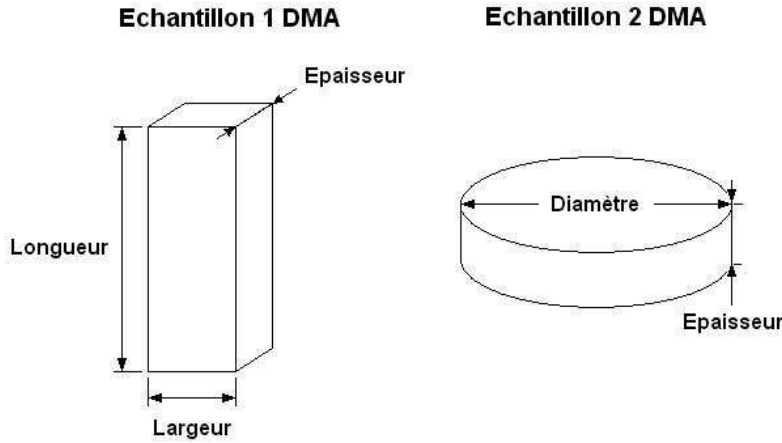


FIG. 5.8: Dimension de l'échantillon utilisé pour le test de traction sur le DMA

Nous avons premièrement réalisé des tests quasi-statiques de traction sur l'échantillon "1", (fig. 5.8). L'échantillon était fixé par les extrémités de sa longueur et soumis progressivement à des contraintes. Nous avons appliqué un chargement puis un déchargement. La déformation longitudinale de l'échantillon a été mesurée. Ainsi nous avons obtenu des courbes comme celles présentées sur le graphique de la figure 5.9. Ces essais nous ont permis d'obtenir un ordre de grandeur de la valeur du module de Young élastique (Module de Stockage) dans deux directions du plan d'isotropie de notre échantillon PU-PE ( $E'_y$  et  $E'_x$ ).

Chaque essai comprend 6000 mesures environ, la déformation maximale de l'échantillon est de 3 mm. Dans le graphique 5.9 nous pouvons distinguer clairement deux courbes formées, la courbe supérieure formée de 3000 mesures correspond à la phase de chargement et la courbe inférieure aussi formée par 3000 mesures correspond à la phase de déchargement. Nous observons que dans le déchargement les contraintes sont inférieures à celles du chargement, ceci est dû aux propriétés viscoélastiques du matériau. A travers une régression linéaire l'inclinaison de la courbe nous donne une estimation de la valeur du module de Young de l'échantillon. L'écart entre la première mesure (début du chargement) et la dernière (fin du déchargement) est théoriquement dû aux déformations permanentes de l'échantillon mais elles peuvent être aussi causées par le glissement de l'échantillon par rapport à ces points de fixations. Pour évaluer l'ordre de grandeur du module de Young de cet échantillon dans la direction de la longueur ( $E'_y$  et  $E'_x$ ), nous procédons en essayant de prendre le plus grand nombre possible de mesures sélectionnant les points d'une partie des mesures ayant un caractère plutôt rectiligne. Les zones choisies sont celles du début et de la fin de la phase de chargement et de la phase de déchargement. Nous obtenons ainsi quatre valeurs pour le paramètre recherché. Si nous observons bien l'inclinaison de la courbe dans ces quatre zones, nous constatons qu'elles présentent les plus grands et plus

petites valeurs possibles pour le module de Young. Ces zones sont indiquées dans la figure 5.9. Les lignes droites noires sur le graphique 5.9 représentent les quatre régressions linéaires qui ont été faites pour évaluer la valeur du Module de Young. Il y a été analysé deux essais de tractions. Les valeurs obtenues se trouvent entre 470 et 1002  $kPa$ . Toutes les valeurs sont présentées dans le tableau 5.2.

En théorie, le début de la courbe de chargement et la fin de la courbe de déchargement qui se réfèrent aux plus petites déformations (déformations élastiques) devraient se rapprocher plus des valeurs recherchées pour notre problème du fait que l'ordre de grandeur du déplacement est plus petit dans cette partie et correspond à celui observé lors de couplages vibro-acoustiques.

Valeur du Module de Young de l'échantillon (PU-PE) [kPa]:				
Mesures Traction	Chargement		Déchargement	
	Début	Fin	Début	Fin
1	854	470	1001	538
2	767	666	1002	529

TAB. 5.2: DMA Test traction

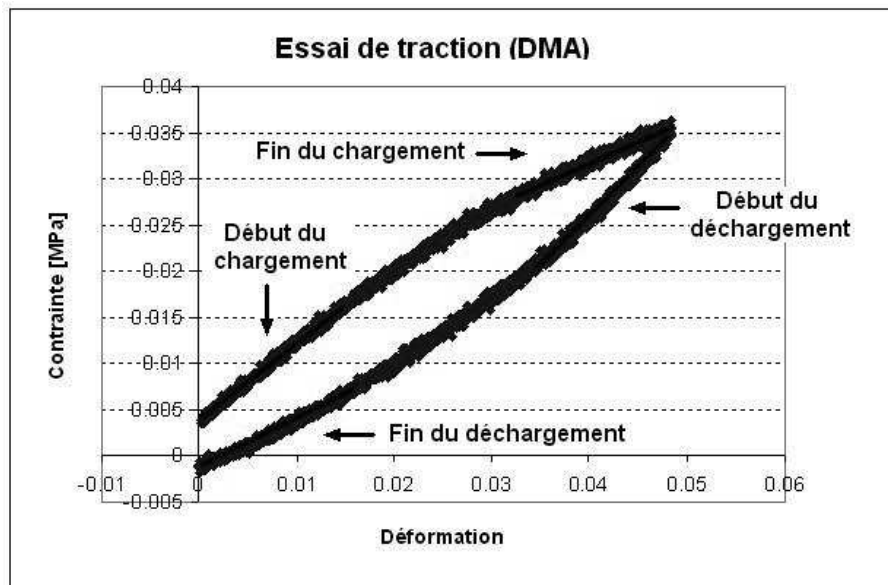


FIG. 5.9: Mesures obtenues à partir du DMA

Des essais quasi-statiques de compression ont été réalisés en utilisant une configuration de fixation différente et un échantillon (2) cylindrique lequel ces dimensions sont représentés sur la figure 5.8. Cette configuration est justement celle de l'échantillon pendant les tests acoustiques en tube de Kundt.

Comme pour les tests de tractions décrits précédemment, pour chaque essai de compression un total de 6000 mesures environ ont été mesurées, dont les 3000 premières correspondent au chargement et les 3000 dernières au déchargement.

Ici aussi nous avons sélectionné des portions de courbe où nous avons appliqué des régressions linéaires permettant d'évaluer le Module de Young  $E_z$ . Ces approximations linéaires ont été réalisées dans les régions correspondant à la fin du chargement et au début du déchargement. Contrairement à l'essai antérieur, les régions de début du chargement et de fin du déchargement n'ont pas pu être utilisées car la perte mesurée était nulle. En effet, comme la superficie de contact avec l'appareil était relativement grande et relativement irrégulière, ces deux régions correspondent à une phase de mise en place de l'échantillon, et les mesures ne correspondent pas à une déformation du matériaux.

Deux essais différents ont été analysés. Les résultats ont l'aspect de la courbe présentée dans la figure 5.10. Les lignes noires représentent les zones où ont été appliquées les régressions linéaires. Nous pouvons aussi observer sur cette figure, la région mise en place de l'échantillon. Les valeurs évaluées sont comprises entre la valeur de 11,9 et 21,7 *kPa*. Toutes les valeurs obtenues sont présentées dans le tableau 5.3.

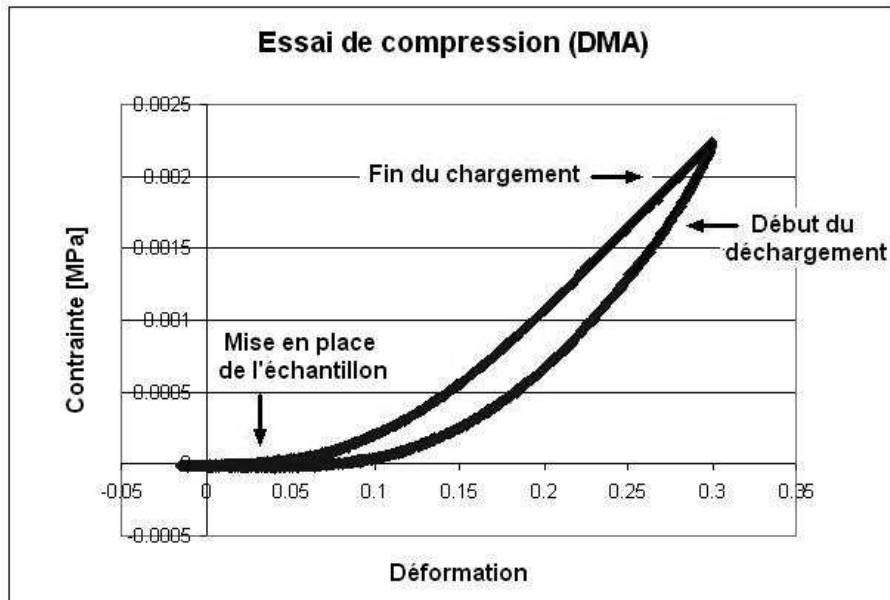


FIG. 5.10: Mesures obtenues à partir du DMA

Valeur du Module de Young de l'échantillon (PU-PE) [kPa]:		
Mesures Traction	Chargement	Déchargement
	Fin	Début
1	11,9	20,7
2	12,5	21,7

TAB. 5.3: DMA Test compression

Avec la même configuration que pour premier essai (échantillon "1" en traction) un troisième essai, dynamique a été réalisé. Cet essai nous a permis d'obtenir des valeurs du module élastiques (module de stockage) dans la direction perpendiculaire à celle correspondant à l'incidence des ondes acoustiques des testes en tube de Kundt. Les valeurs obtenues ont été mesurées entre des fréquences de 0.1 à 100 Hz et sont présentées dans le graphique de la figure 5.11. Il faut savoir qu'une étude a été réalisée par Placet V. et al [89], elle a déterminé que la première fréquence de résonance du DMA a été déterminée près de la fréquence de 70 Hz. D'après cette étude les points obtenus après les 10 Hz devraient être considérés comme moins fiables.

Le Module de Young, décrit par les triangles bleus, et le coefficient de perte, décrit par les carrés rouges sont représentés sur le graphique 5.11.

Les valeurs du Module de Young pour la direction analysée augmentent de manière relativement progressive en partant de la fréquence de 0.1 *Hz* avec une valeur de 1.0247 *MPa* pour arriver à 1.3489 *MPa* pour la fréquence de 63 Hz. Le dernier point mesuré est un peu en dessous de cette tendance avec une valeur de 1.231 *Mpa* à la fréquence de 100 Hz. Ce dernier point n'a pas été considéré puisque visuellement nous constatons qu'il ne suit pas la tendance, car situé après la résonance du DMA. Pour évaluer ces valeurs, l'équation d'une courbe de tendance a été déterminée utilisant les données du graphique 5.11 représentées par les triangles bleus. Même en sachant que la courbe ne permet pas d'observer les tendances logarithmiques nous avons adopté cette fonction comme la base à l'identification. La courbe obtenue a pour équation:

$$E = 0.042 \ln(f) + 1.1243 \quad (5.93)$$

où  $E$  est le module de Young dans la direction analysée est  $f$  la fréquence.

Le prolongement de cette courbe en cherchant un comportement quasi-statique nous amène à une valeur de 1.1243 *N/mm<sup>2</sup>* (où *MPa*) pour le module élastique. Cette valeur est un peu plus élevée que la valeur maximale obtenue avec les mesures quasi-statiques de traction 1.002 *N/mm<sup>2</sup>*.

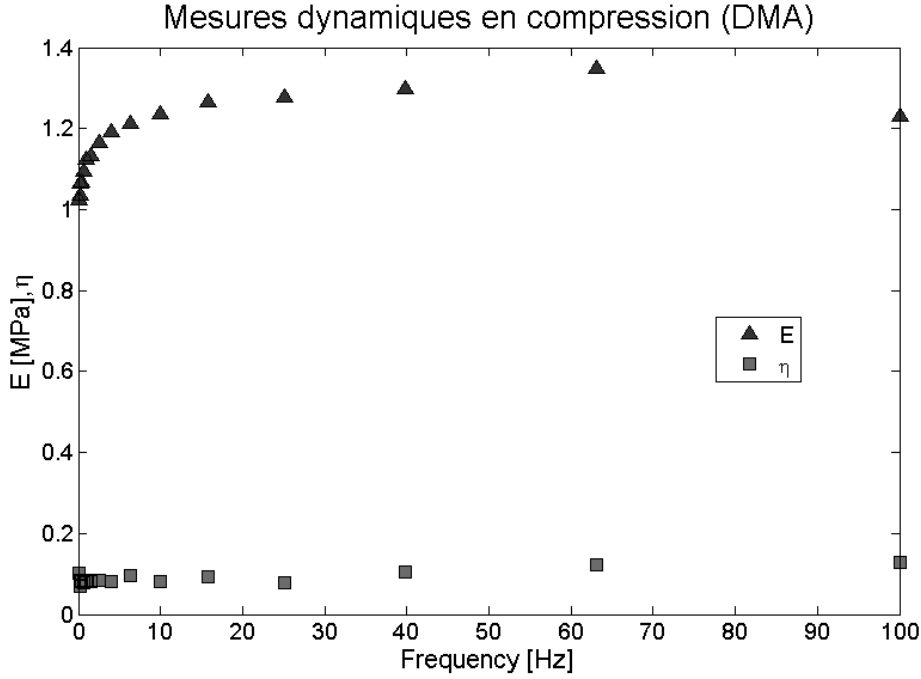


FIG. 5.11: Mesures en fréquence obtenues à partir du DMA

Un autre paramètre déterminé par ce test est le coefficient de perte  $\eta$  représentées par des carrés rouges sur la figure 5.11. Les valeurs varient entre 6% est 12,8% considérant tous les points présentés.

Les tests avec le DMA nous ont permis d'évaluer plusieurs paramètres mécaniques. Les modules de Young  $E_x$  et  $E_y$  compris 470 et 1002  $kPa$  ont été évalués à travers de l'essai de traction dont les résultats sont présentés dans le tableau 5.2. Le module de Young  $E_z$  évalué entre 11,9 et 21.7  $kPa$  par le test de compression, tableau 5.10. En dernier, l'essai dynamique en traction nous a permis d'obtenir des valeurs de  $\eta_x$  et  $\eta_y$  situés entre 6 et 12.8%, graphique 5.11, et aussi la valeur de 1124.3  $kPa$  pour  $E_x$  et  $E_y$  à travers d'une courbe de tendance (5.93) construite à partir des valeurs présentés sur ce même graphique.

### 5.5.3 Corrélation d'images

Pendant l'acquisition de chaque mesure avec le DMA , des photos de l'échantillon ont été prises. Par la suite, la comparaison des images à travers une méthode de corrélation d'images a permis de les analyser et des informations relatives à certains paramètres élastiques de l'échantillon PU-PE auxétique ont été obtenues. Les paramètres évalués ici sont les coefficients de Poisson dans les trois directions de référence (x, y et z).

La méthode optique de corrélation d'images (Digital Image Correlation ou DIC) permet de mesurer les déplacements en comparant deux images. Elle a permis de déterminer les champs de déformations présentés par l'échantillon pendant les tests de traction et ainsi évaluer la valeur

des coefficients de Poisson  $\nu_{xy}$  et  $\nu_{xz}$ .

Nous avons utilisé un algorithme de corrélation d'images Correli décrit sur l'article [98] , plus d'informations sur son fonctionnement sont expliquées dans [58], [59] ou [60]. Les images utilisées doivent présenter une texture aléatoire de niveaux de gris. Dans une image de référence, nous choisissons une sous image carrée de référence, nommée Zone Of Interest (ZOI), que nous suivons tout au long de la déformation. Dans l'image 5.12 nous avons un exemple d'une ZOI de référence et à sa droite la ZOI dans l'image déformée représentée par la région limitée par le carré vert. Les déformations sont petites et difficiles à observer à l'œil nu. Une trentaine d'image ont été comparées pour une déformation maximale de 3 mm entre la première et la dernière image, ce qui représente une déformation 0,1 mm entre chaque paire d'images comparées.

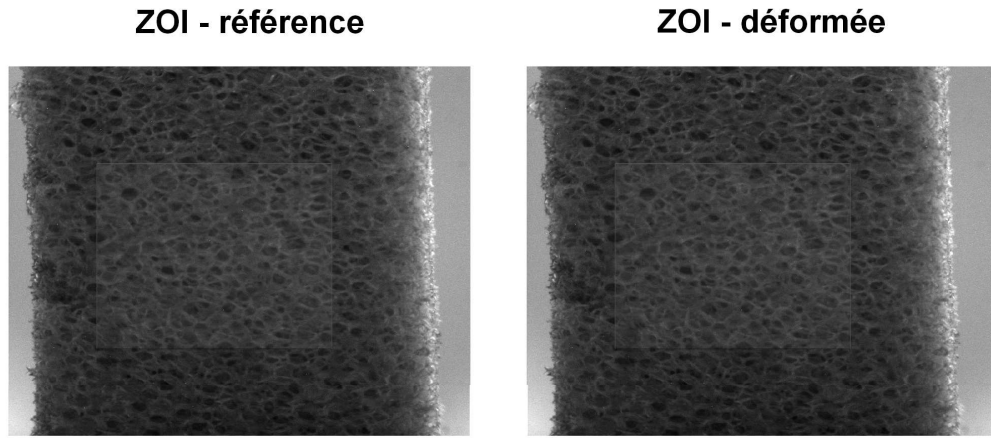


FIG. 5.12: exemple d'une ZOI de référence et la ZOI déformée.

De cette manière, nous savons que la sous image déformée est une copie décalée de celle de référence, c'est-à-dire que, la sous image déformée peut être exprimée comme étant l'image de référence plus un vecteur déplacement bidimensionnel inconnu. Le logiciel utilise une norme quadratique et il cherche la maximisation d'une fonctionnelle. Le déplacement maximisant cette fonction correspond alors à la meilleure approximation du vecteur déplacement inconnu [20].

Pour chaque corrélation d'image, trente images ont été utilisées. Une face de l'échantillon isotrope transverse a permis d'analyser le Coefficient de Poisson positif ( $\nu_{xy}$ ) et l'autre face analysée nous permet d'avoir la valeur pour le Coefficient de Poisson négatif ( $\nu_{xz}$ ).

Pour un total de trente images nous obtenons vingt-neuf mesures des paramètres recherchés. Les résultats obtenus pour le coefficient positif ( $\nu_{xy}$ ) et le coefficient négatif ( $\nu_{xz}$ ) sont respectivement présentés dans les figures 5.13 et 5.14.

Dans les résultats présentés par les figures 5.13 et 5.14 nous pouvons observer que plusieurs mesures ne semble pas cohérentes et ne suivent pas la tendance des autres mesures. Ce fait peut être dû à un léger glissement de l'échantillon pendant les tests mais aussi il se peut aussi que ce soit dû à la qualité d'une des images analysées.

En raison de ces problèmes nous avons seulement considéré les meilleurs résultats mesurés. De la figure 5.13 nous avons considéré vingt-quatre premiers points. Les résultats sélectionnés sont présentés dans la figure 5.15. Les valeurs pour  $\nu_{xy}$  varient entre 0.2268 et 0.3405.

Pour les résultats présentés dans le graphique 5.14 nous avons dû considérer moins de mesures car, comme il est possible de l'observer sur le graphique, il y a la présence de perturbations à partir de la neuvième mesure jusqu'à la dix-neuvième ainsi qu'une grande perturbation la vingt-cinquième. Pour trop d'erreurs nous avons considéré les huit premières mesures, comme le montre le graphique 5.16. Ainsi, nous évitons les erreurs causées par un possible glissement de l'échantillon à partir de la neuvième mesure. Les résultats de  $\nu_{xz}$  considérés sont compris entre -0.8143 et -0.5880.

La technique de corrélation d'image nous a permis d'évaluer pour un échantillon PU-PE isotrope transverse les valeurs des Coefficients de Poisson dans les trois différentes directions de référence ( $x,y$  et  $z$ ). Les coefficients positifs comme les négatifs caractérisant l'échantillon d'auxétique ont été évalués.

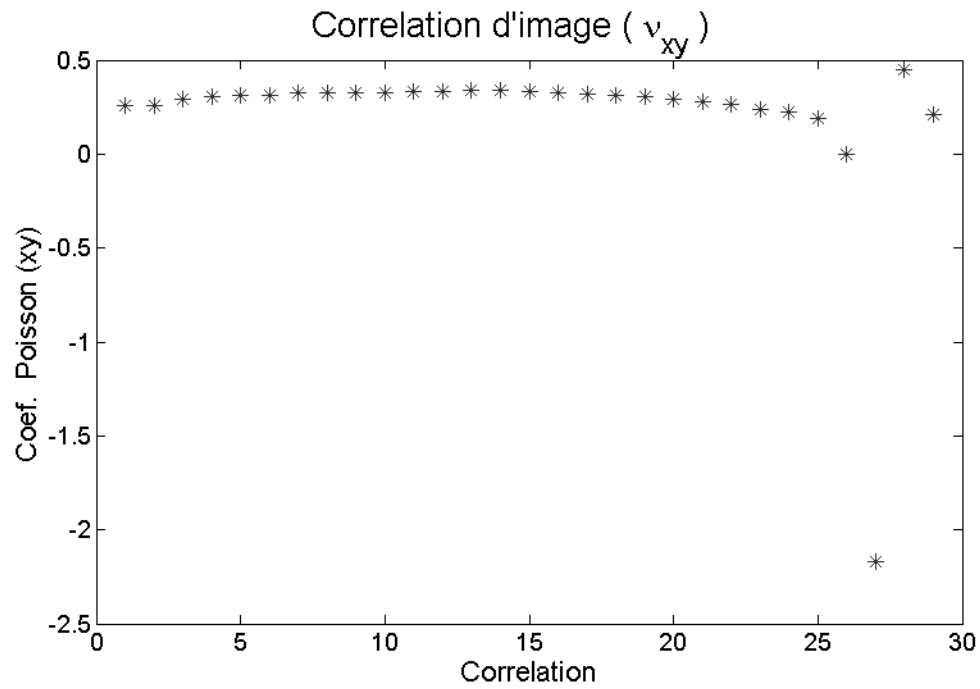


FIG. 5.13: Résultat de la corrélation d'image évaluent le  $\nu_{xy}$ .

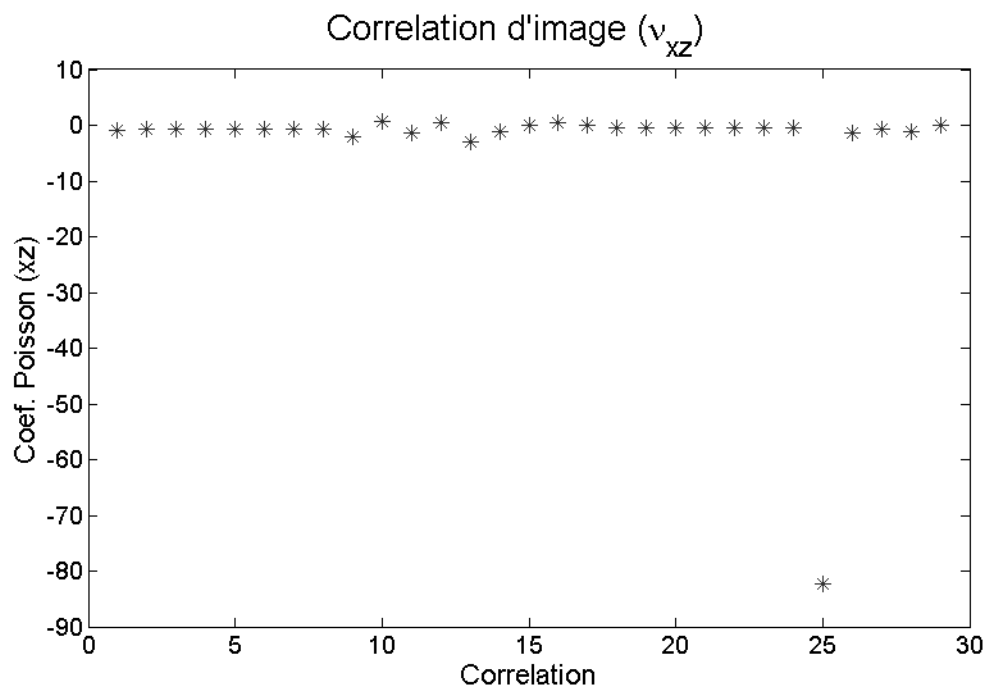
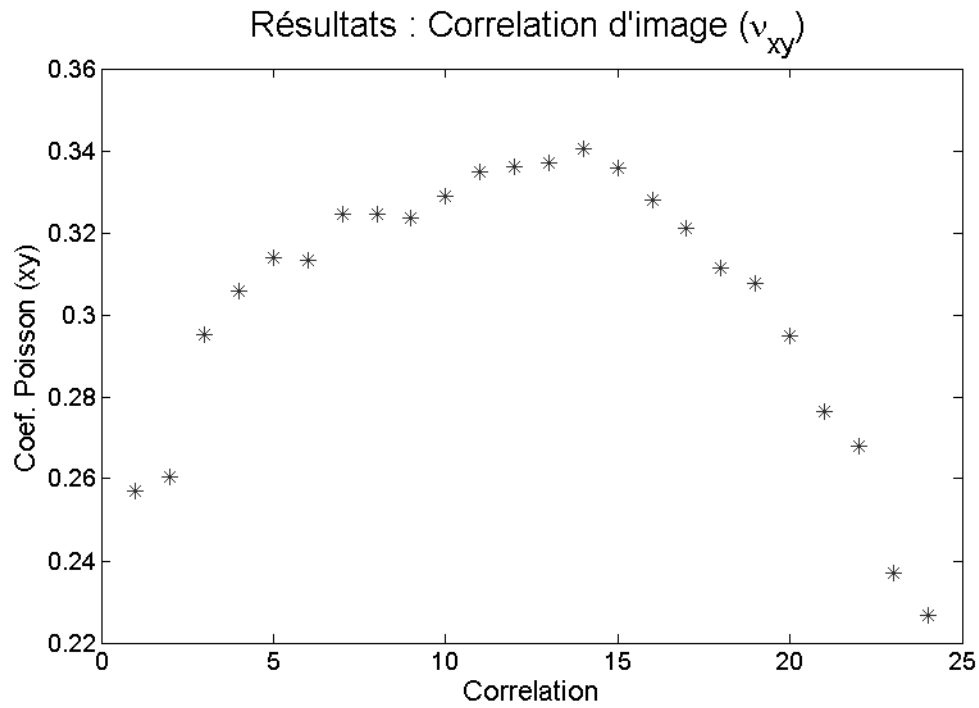
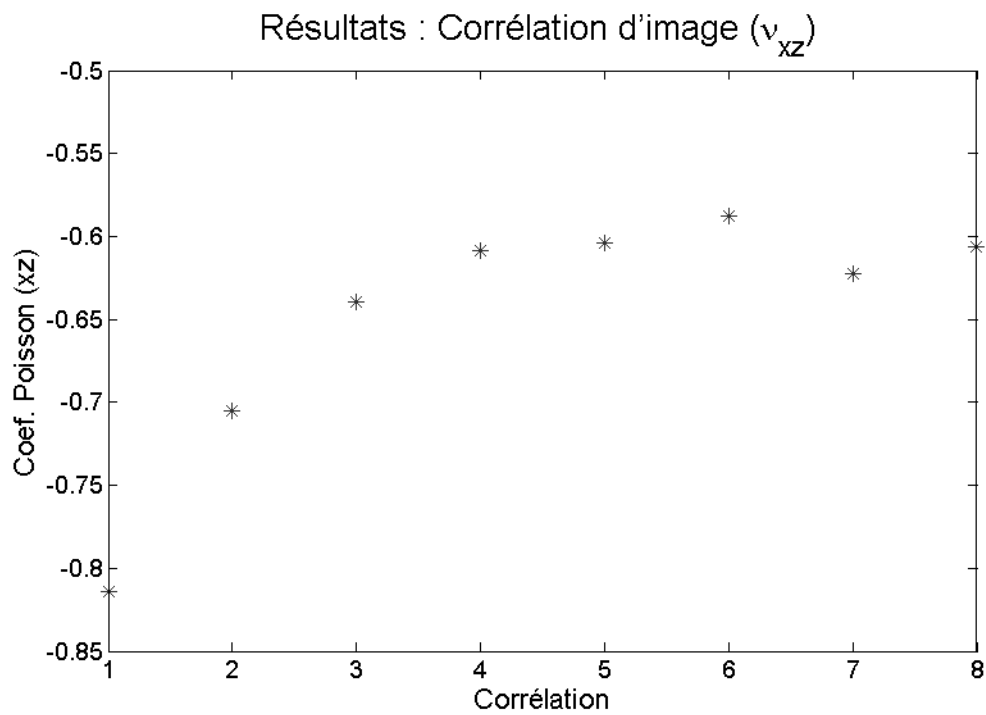


FIG. 5.14: Résultat de la corrélation d'image évaluent le  $\nu_{xz}$ .



FIG. 5.15: Résultat de la corrélation d'image évaluent le  $\nu_{xy}$ .FIG. 5.16: Résultat de la corrélation d'image évaluent le  $\nu_{xz}$ .

### 5.5.4 Conclusion Identification (1)

Les informations obtenues par l'étude bibliographique, les essais réalisés avec le DMA et l'application de la technique de corrélation d'images présentée antérieurement, permettent de regrouper toutes les informations et de définir les valeurs pour chacun des paramètres qui décrivent le comportement d'une mousse auxétique. Comme des valeurs exactes n'ont pas été déterminées, nous avons retenus les limites où doivent certainement se trouver les paramètres physiques recherchés. Le tableau 5.4 présente les bornes inférieures et supérieures des valeurs pour chaque paramètre nécessaire pour la modélisation du comportement vibro-acoustique de l'échantillon PU-PE auxétique isotrope transverse étudié. Les paramètres sont séparés en deux groupes, celui des paramètres mécaniques et celui des paramètres de couplage.

Paramètres de Couplage:			
Paramètre	Unité	Limite inférieur	Limite supérieur
$\Phi$	[-]	0.70	0.99
$\sigma_x, \sigma_y$	[N.s.m <sup>-4</sup> ]	1500	200000
$\sigma_z$	[N.s.m <sup>-4</sup> ]	1500	200000
$\alpha_{\infty x}, \alpha_{\infty y}$	[-]	1	3
$\alpha_{\infty z}$	[-]	1	3
$\Lambda_x, \Lambda_y$	[ $\mu$ m]	5	200
$\Lambda_z$	[ $\mu$ m]	5	200
$\Lambda'$	[ $\mu$ m]	5	400
Paramètres Mécaniques			
Paramètre	Unité	Limite inférieur	Limite supérieur
$E_x, E_y$	[kPa]	470	1350
$E_z$	[kPa]	11	600
$\nu_x, \nu_y$	[-]	0.26	0.35
$\nu_z$	[-]	-0,82	-0.09
$\rho$	[Kg m <sup>-3</sup> ]	25	326.4
$\eta_x, \eta_y$	[%]	0	25
$\eta_z$	[%]	0	25

TAB. 5.4: Paramètres

## 5.6 Identification des paramètres (2) :

Dans cette deuxième partie consacrée à l'identification des paramètres de mousses auxétiques, nous présentons une méthode de recalage de modèle. Inspiré de la méthode présentée dans le chapitre 4, un processus similaire est mis en place pour essayer d'identifier les paramètres de

l'échantillon de mousse de polyuréthane polyéthylène (PU-PE) auxétique isotrope transverse. L'objectif est d'obtenir la totalité des valeurs des paramètres qui représente le mieux la mousse auxétique à travers la comparaison d'un modèle EF et de mesures acoustiques.

Une étude de l'influence des paramètres sur les fonctions objectives est réalisée. Ces informations permettent d'organiser la stratégie pour lancer les calculs. Les résultats sont présentés et interprétés.

### 5.6.1 Etude de sensibilité :

Les sensibilités des paramètres sur les performances acoustiques des matériaux poreux varient selon la fréquence et le paramètre étudié. Dans l'étude de sensibilité des paramètres de couplage sur les performances acoustiques des matériaux poreux à squelette rigide [32], par exemple, il a été utilisé des méthodes de sensibilité globale appliquant les méthodes Sobol et FAST. Ce type d'étude serait une bonne solution pour évaluer la sensibilité des paramètres du modèle de Biot [6] adapté pour le matériaux poreux auxétique isotrope transverse en question. Malheureusement, le coût en temps de calcul est trop élevé dans le cadre de cette étude. Il a donc été nécessaire d'adopter une analyse simplifiée originale qui a permis d'avoir une idée initiale de la sensibilité individuelle des paramètres sur la sortie du modèle utilisé.

Cette étude va faciliter la mise en place d'une stratégie d'identification des paramètres. Elle fournit des informations importantes pour l'organisation de l'identification individuelle ou en groupes de paramètres et aussi dans l'évaluation de la fiabilité des résultats.

Quatre fonctions coûts à minimiser ont été testées. Ces fonctions ont pour objectif de représenter une mesure permettant de minimiser la différence entre les valeurs numériques et expérimentales des caractéristiques vibro-acoustiques (coefficient d'absorption et Impédance acoustique) du matériau poreux. Ces fonctions sont :

$$F_1 = \sum_{i=1}^{N_f} \left| \frac{\alpha_{num}^i - \alpha_{exp}^i}{\alpha_{exp}^i} \right| \quad (5.94)$$

où  $N_f$  est le nombre de mesures en fréquence,  $\alpha_{num}^i$  est la valeur de l'absorption acoustique à une fréquence,  $\alpha_{exp}^i$  correspond à la valeur expérimentale de l'absorption acoustique.

$$F_2 = \sum_{i=1}^{N_f} \left| \frac{\alpha_{num}^i - \alpha_{exp}^i}{\alpha_{exp}^i} \right| + \sum_{i=1}^{N_f} \left| \frac{|Zr_{num}^i| - |Zr_{exp}^i|}{|Zr_{exp}^i|} \right| + \sum_{i=1}^{N_f} \left| \frac{|Zi_{num}^i| - |Zi_{exp}^i|}{|Zi_{exp}^i|} \right| \quad (5.95)$$

$Zr_{num}^i$  est la valeur numérique de la partie réelle de l'impédance acoustique,  $Zr_{exp}^i$  est la valeur expérimentale de la partie réelle de l'impédance acoustique,  $Zi_{num}^i$  est la valeur numérique de la partie imaginaire de l'impédance acoustique,  $Zi_{exp}^i$  est la valeur expérimentale de la partie imaginaire de l'impédance acoustique.

$$F_3 = \sum_{i=1}^{N_f} \left| \frac{\alpha_{num}^i - \alpha_{exp}^i}{\alpha_{exp}^i} \right| + \sum_{i=1}^{N_f} \left| \frac{|Z_{num}^i| - |Z_{exp}^i|}{|Z_{exp}^i|} \right| + \sum_{i=1}^{N_f} \left| \frac{|Za_{num}^i| - |Za_{exp}^i|}{|Za_{exp}^i|} \right| \quad (5.96)$$

$Z_{num}^i$  est la valeur numérique complexe de l'impédance acoustique,  $Z_{exp}^i$  est la valeur expérimentale de cette impédance acoustique,  $Za_{num}^i$  est la valeur numérique de l'argument de l'impédance acoustique,  $Za_{exp}^i$  est la valeur expérimentale de l'argument de l'impédance acoustique.

$$F_4 = \sum_{i=1}^{N_f} \left| \frac{Z_{num}^i - Z_{exp}^i}{Z_{exp}^i} \right|^2 \quad (5.97)$$

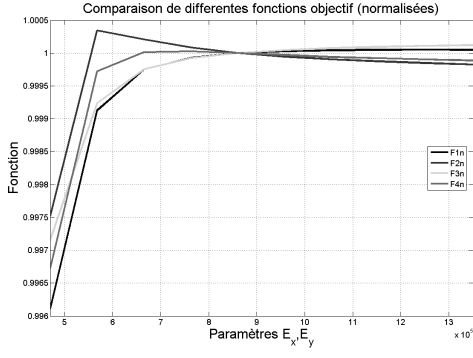
Les fréquences choisies pour l'analyse des fonctions ont été définies selon les essais expérimentaux pris comme référence: de 0.5 à 6.5  $kHz$ .

Les limites maximales et minimales pour la valeur de chaque paramètre étudié ont été définies selon les valeurs regroupées dans le tableau 5.4 précédemment présenté.

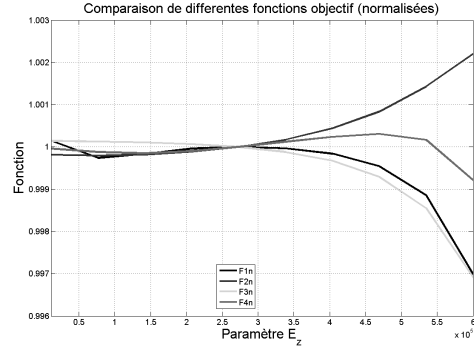
L'analyse a été faite de la suivante manière. D'abord, une valeur moyenne pour chaque paramètre basé sur le tableau 5.4 a été défini. Ensuite, des calculs où chaque paramètre varie séparément en gardant la valeur moyenne pour le restant des paramètres ont été réalisés. Dans chaque calcul, le paramètre en question a une valeur différente comprise entre les limites fixées préalablement. Pour chaque paramètre nous avons adopté dix valeurs différentes également distribuées dans l'intervalle de valeurs.

Ce processus a été effectué pour chacun des paramètres du modèle et appliqué à chacune des fonctions analysées.

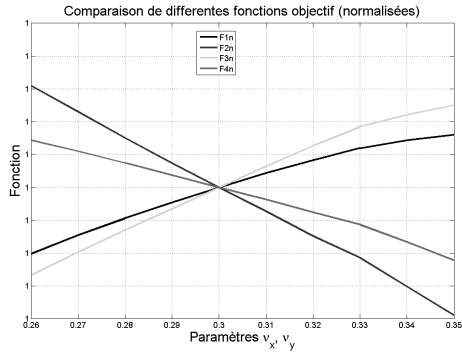
Pour chaque paramètre, il a été possible d'obtenir la variation des fonctions coûts (5.94), (5.95), (5.96) ou (5.97). Les résultats sont présentés sur les graphiques de la figure 5.17 pour les paramètres mécaniques et figure 5.18 pour les paramètres de couplage. Chaque courbe a été normalisée par la valeur moyenne de la fonction qu'elle représente, cela nous permet de mieux comparer des différentes fonctions :



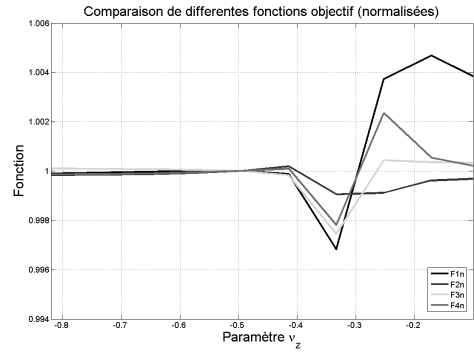
(a)



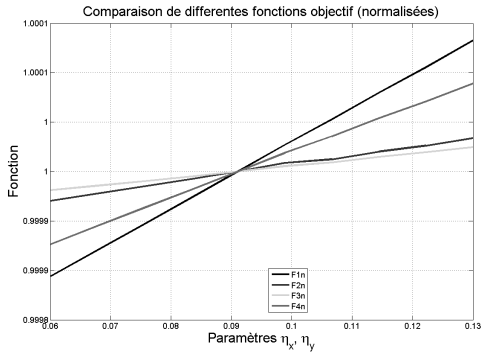
(b)



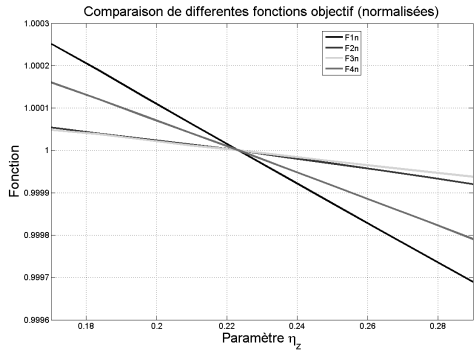
(c)



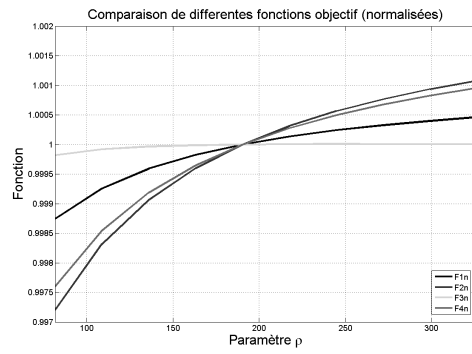
(d)



(e)



(f)



(g)

FIG. 5.17: Sensibilités de 4 différentes fonctions dues à la variation d'un paramètre mécanique

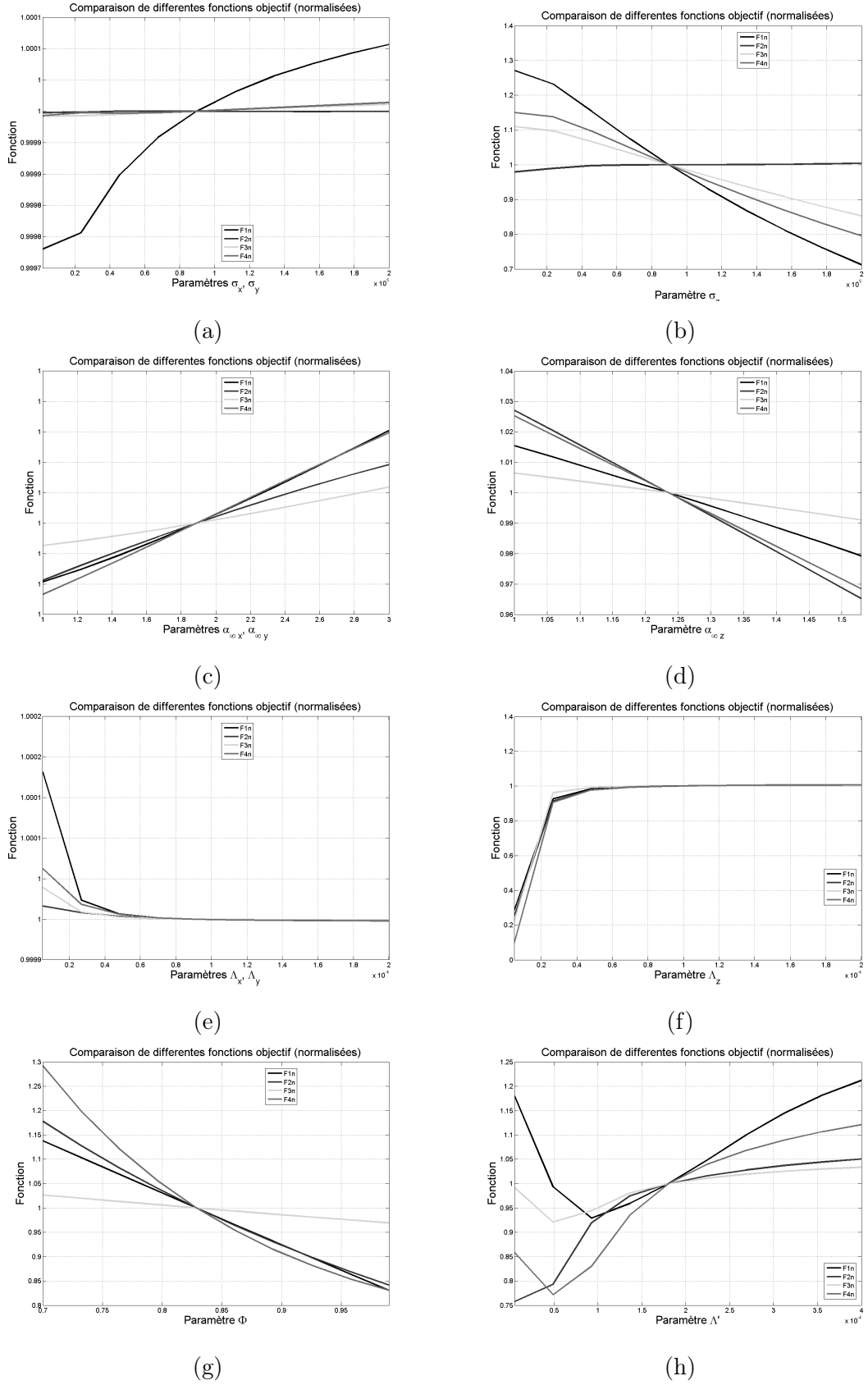


FIG. 5.18: Sensibilités de 4 différentes fonctions dues à la variation d'un paramètre de couplage

Sur la base de cette analyse des variations de chaque fonction coût selon les paramètres variés les sensibilités ont été calculées. Si la valeur de cette sensibilité est grande, cela veut dire que l'influence du paramètre est grande sur la fonction. Les valeurs sont obtenues à partir de la différence entre la valeur maximale et la valeur minimum de chaque fonction due à la variation d'un paramètre dans les limites adoptées.

Ces sensibilités sont présentées dans le tableau 5.5 pour le paramètres mécaniques et dans le tableau 5.6 pour les paramètres de couplage.

Fonction	$E_x, E_y$	$E_z$	$\nu_x, \nu_y$	$\nu_z$	$\eta_x, \eta_y$	$\eta_z$	$\rho$
F1	3.9e-3	3.2e-3	3.6e-5	7.9e-3	2.3e-4	5.6e-4	1.7e-3
F2	2.8e-3	2.4e-3	6.9e-5	1.1e-3	6.3e-5	1.3e-4	3.9e-3
F3	3.0e-3	3.2e-3	5.1e-5	3.0e-3	4.3e-5	1.1e-4	1.8e-4
F4	3.3e-3	1.1e-3	3.6e-5	4.5e-3	1.6e-4	3.6e-4	3.4e-3

TAB. 5.5: Ecarts maximums de la variation des valeurs des fonctions objectif.

Fonction	$\sigma_x, \sigma_y$	$\sigma_z$	$\Phi$	$\alpha_{\infty x}, \alpha_{\infty y}$	$\alpha_{\infty z}$	$\Lambda_x, \Lambda_y$	$\Lambda_z$	$\Lambda'$
F1	3.2e-4	5.5e-1	3.0e-1	2.4e-5	3.6e-2	1.8e-4	7.1e-1	2.8e-1
F2	2.5e-6	2.4e-2	3.3e-1	1.9e-5	6.2e-2	1.7e-5	7.5e-1	2.9e-1
F3	1.8e-5	2.5e-1	5.7e-2	9.6e-6	1.5e-2	4.0e-5	7.7e-1	1.1e-1
F4	2.0e-5	3.5e-1	4.6e-1	2.6e-5	5.6e-2	6.4e-5	9.0e-1	3.4e-1

TAB. 5.6: Ecarts maximums de la variation des valeurs des fonctions objectives.

Dans les tableaux 5.5 et 5.6, nous remarquons que certains paramètres sont associés à des indices de sensibilités faibles :  $\nu_x, \nu_y, \eta_x, \eta_y, \sigma_x, \sigma_y, \alpha_{\infty x}, \alpha_{\infty y}, \Lambda_x$  et  $\Lambda_y$ . Dans la configuration utilisée, ces paramètres ont une influence limitée sur les quantités de sortie. Ils sont donc peu observables.

Idéalement si les courbes de sensibilités (figures 5.17 et 5.18) présentaient seulement un minimum local, la valeur à adopter pour le paramètre concerné serait celle de cette valeur minimum. Néanmoins, cela ne serait vrai que si il n'y aurait pas d'interaction entre les paramètres d'entrée de la fonction étudiée.

Un exemple est celui du graphique (d) de la figure 5.5. Dans ce graphique les fonctions (5.94), (5.96) et (5.97) semblent être minimal pour une valeur d'environ -0.34 du coefficient de poisson. Cependant, cette analyse simplifiée de sensibilité ne prend pas en compte l'influence des variations couplées à d'autres paramètres.

Cette analyse nous permet cependant d'avoir une idée claire des paramètres les plus influents sur les fonctions (  $\Lambda_z, \Phi, \sigma_z, \Lambda'$  pour la fonction (5.97) ), mais également des paramètres très

peu sensibles, comme par exemple,  $\alpha_{\infty x}$ ,  $\alpha_{\infty y}$ ,  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ .

### 5.6.2 Essais en le tube de Kundt

Comme cela a été dit, des essais expérimentaux en tube de Kundt ont été réalisés afin d'être utilisés dans notre étude. Les mesures en tube nous ont permis d'obtenir des informations sur le coefficient d'absorption et l'impédance acoustique sur deux échantillons PU-PE auxétiques découpés avec différents diamètres pour s'adapter aux deux tailles de guide d'onde utilisés.

Des mesures sur un premier l'échantillon PU-PE auxétique de 10 *cm* de diamètre (diamètre du tube de Kundt) et 5 *mm* d'épaisseur et sur un deuxième échantillon PU-PE auxétique de 3 *cm* de diamètre 5 *mm* d'épaisseur ont été réalisées. Les résultats obtenus à partir de trois mesures sur chaque échantillon sont présentés sur les graphiques de la figure 5.19. Les graphiques (a) et (b) correspondent aux mesures du coefficient d'absorption et de l'impédance obtenues avec l'échantillon de 10 *cm* de diamètre pour des fréquences situées entre 50 et 1600 *Hz*. Dans les deux graphiques suivants (c) et (d) sont présentées respectivement les mesures du coefficient d'absorption et de l'impédance. Trois mesures ont été réalisées avec l'échantillon de 2,9 *cm* de diamètre dans les fréquences situés entre 500 et 6400 *Hz*. Les graphiques (e) et (f) fig. 5.19 présentent la superposition des données des graphiques (a) et (c) et aussi (b) et (d). Ces deux derniers graphiques de la figure 5.19 nous permettent de faire une comparaison entre les mesures effectuées.

Le graphe (a) de la figure 5.19 présente trois mesures du coefficient d'absorption. Les mesures sont bruitées à partir de 1300 *Hz*. On constate sur cette plage fréquentielle des écarts plus importants entre les différentes mesures. La dispersion est moins importante pour la plage 200-1300 *Hz*. Elles augmentent de façon quadratique, de 0.0175 à 200 *Hz* jusqu'à 0.2506 à 1400 *Hz*. Les courbes présentent un petit pic localisé à la fréquence de 412 *Hz* qui fait augmenter les valeurs du coefficient d'absorption d'environ 0.038 à 0.053. Ce fait est certainement dû à la première fréquence de résonance de la partie solide de la mousse PU-PE auxétique.

Le graphique (b) de la fig. 5.19 est subdivisé en deux graphiques; chacun nous montre les trois courbes relatives aux trois mesures de l'impédance acoustique de l'échantillon. Le graphique de la partie supérieure est celui de la partie réelle de l'impédance et celui situé en dessous représente la partie imaginaire de l'impédance acoustique. Les parties réelles de l'impédance acoustique restent entre 500 et 1000 [*Pa.s/m*] dans la bande de fréquence comprise entre 500 et 1400 *Hz*. En redescendant à 200 *Hz*, les valeurs passent de 780 à 3500 [*Pa.s/m*]. En dessous de 600 *Hz* il y a beaucoup de bruit de mesure, les valeurs semblent avoir tendance à augmenter quand nous nous rapprochons de 200 *Hz*.

Sur le graphique (b), la partie imaginaire de l'impédance acoustique, augmentent de manière progressive tout au long de la bande de fréquence. Les valeurs augmentent plus rapidement dans en basse fréquence ( entre la fréquence de 200 *Hz* et 600 *Hz* les valeurs passent de  $-17,77.10^3$  à  $-4,5.10^3$  [*Pa.s/m*]). Pour les fréquence, de 600 à 1600 *Hz* elles passent de  $-4,5.10^3$  à  $-1,62.10^3$



$[Pa.s/m]$ . Cependant dans les fréquences en dessous de 600  $Hz$ , nous observons un bruit de mesure élevé. Les graphiques (a) et (b) fig. 5.19 montrent des mesures plus constantes entre les fréquences de 600 et 1200  $Hz$ , le restant étant fortement bruité.

Le graphique (c) fig. 5.19 montre trois mesures du coefficient d'absorption que nous pouvons analyser et comparer. Elles ont été réalisées, comme pour le graphique (d), avec l'échantillon de 2,9  $cm$  de diamètre et la bande de fréquence analysée est celle de 500 à 6400  $Hz$ . Dans ce graphique les mesures évoluent d'environ 0,035 à 500  $Hz$  jusqu'à 0.815 à 4900  $Hz$ , après, elles diminuent à 0.76 à 6400  $Hz$ . Nous observons un peu de bruit en dessous de 850  $Hz$ , à partir de 5000  $Hz$  les trois mesures se dispersent progressivement entre elles.

Sur la figure 5.19 (d) le graphique du haut est celui de la partie réelle de l'impédance acoustique pour les trois mesures et celui du bas est celui de la partie imaginaire. De manière générale, la partie réelle de l'impédance a une valeur d'environ 2200  $[Pa.s/m]$  à 500  $Hz$ . Elle diminue pour atteindre 800  $[Pa.s/m]$  à 2300  $Hz$  pour augmenter de nouveau, de manière assez rectiligne, jusqu'à 1200  $[Pa.s/m]$  à 6400  $Hz$ . Ces trois mesures se rejoignent réellement seulement entre les fréquences de 5000 et 5300  $Hz$ , et commencent à présenter d'assez grandes divergences en dessous de 2000  $Hz$  et au dessus de 6000  $Hz$ .

Pour la partie imaginaire de l'impédance acoustique (d) fig. 5.19 les valeurs augmentent de -10000 jusqu'à 0  $[Pa.s/m]$ . Il y a une augmentation plus rapide des valeurs entre 500 et 2000  $Hz$  pour après évoluer moins brusquement jusqu'à 6400  $Hz$ . Les résultats sont beaucoup plus homogènes ayant peu de bruit surtout localisé entre 500 et 1000  $Hz$ .

La superposition des données des graphiques (a) et (c) et aussi (b) et (d) est présentée dans les graphiques (e) et (f) fig. 5.19. Elle permet d'observer les écarts entre les mesures faites avec les deux échantillons dans les fréquences comprises entre 500 et 1600  $Hz$ . Nous observons un écart maximum de 0.15 du coefficient d'absorption à la fréquence de 1600  $Hz$ . Un écart maximum de 1860  $[Pa.s/m]$  pour la partie réelle de l'impédance acoustique, à 500  $Hz$ . Et finalement un écart maximum de 6200  $[Pa.s/m]$  pour la partie imaginaire de l'impédance acoustique située aussi à 500  $Hz$ . Cette comparaison permet d'évaluer la fiabilité des mesures. Les parties où il y a un écart moins important sont plus fiables que celles où les écarts sont plus importants. Les valeurs du coefficient d'absorption pour les deux différentes séries de mesures ont tendance à s'éloigner en allant de 500 à 1600  $Hz$  où les mesures se ressemblent le plus. Pour l'impédance acoustique, partie réelle et imaginaire, la tendance est contraire. Les valeurs sont moins rapprochées à 500  $Hz$ , tandis qu'à 1600  $Hz$  elles sont plus proches. L'origine possible des dispersions est sûrement liée à l'inhomogénéité des échantillons. La variation des conditions aux limites en fonction du diamètre des échantillons, lié aux tolérances de découpe, peut aussi être mise en cause.

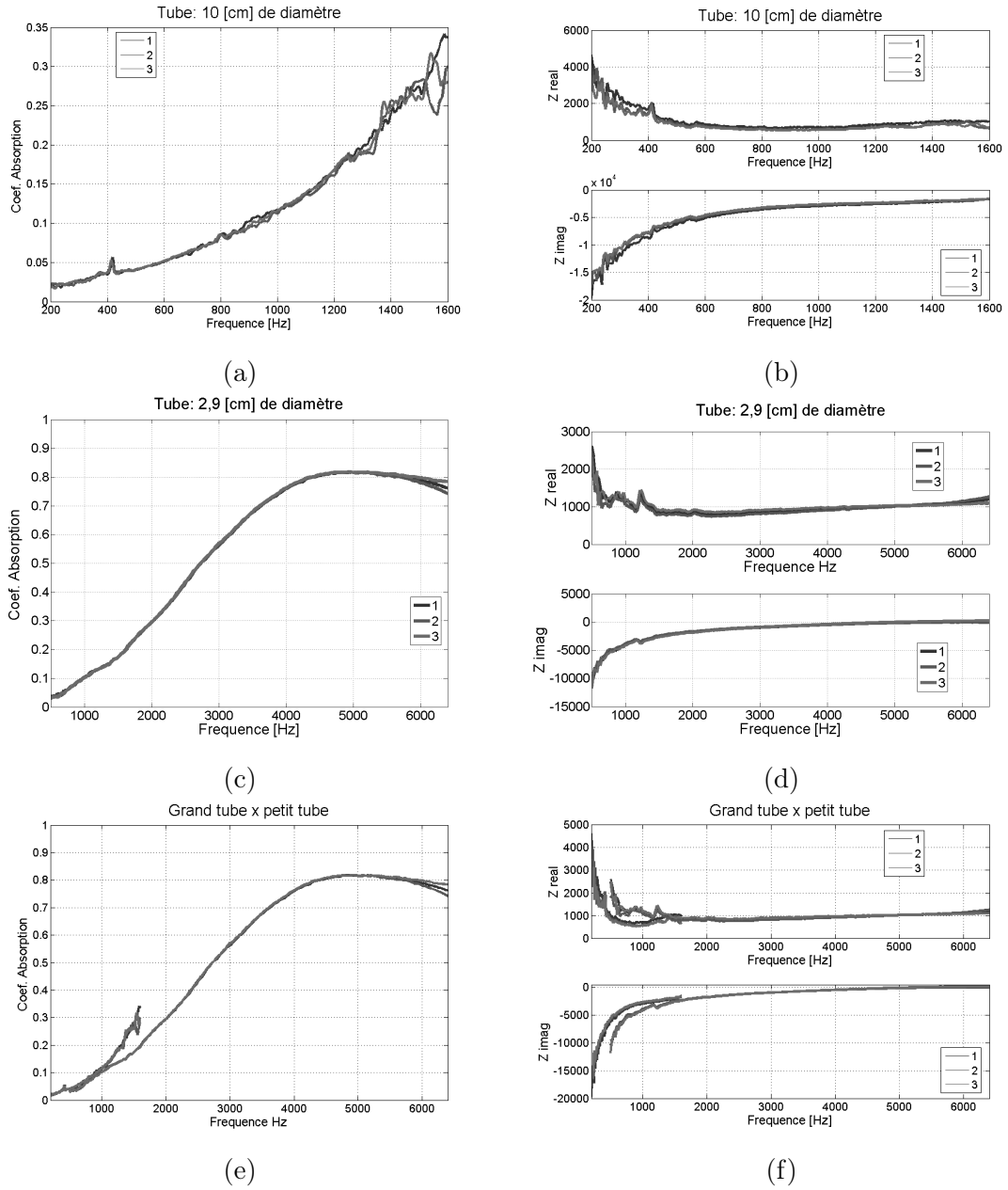


FIG. 5.19: Essais acoustiques pour 2 échantillons auxétiques.

### 5.6.3 Simulations

Plusieurs simulations ont été réalisées pour un échantillon PU-PE auxétique isotrope transverse. L'objectif était d'identifier les paramètres acoustiques et mécaniques nécessaires pour modéliser ce type de matériau poreux en utilisant la théorie de Biot-Allard [6]. Les résultats et interprétations sont présentés dans cette section.

Dans un premier temps nous avons effectué une évaluation de la convergence du modèle éléments finis.

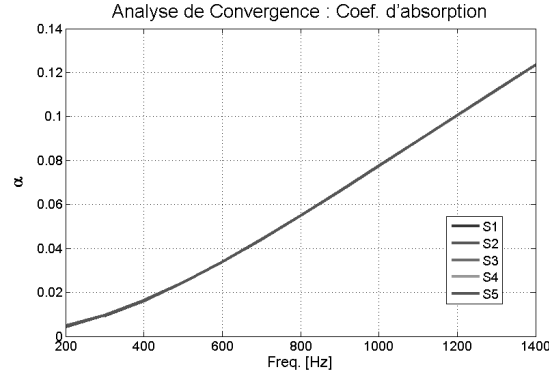
Six différents calculs ont été lancés. Les valeurs adoptées pour les paramètres équivalents aux valeurs moyennes indiquées dans le tableau 5.4. Le premier calcul lancé (S1) comportait 6906 degrés de liberté (DDL). Le nombre de DDL a été augmenté progressivement dans chaque calcul jusqu'à arriver au nombre de 898278 DDL dans la dernière simulation (S6). Cette dernière (S6) n'a pas abouti à un résultat, le calcul été trop lourd pour l'équipement utilisé et l'algorithme de résolution choisi. Il s'agit du nombre maximum de DDL qui pourrait être utilisé.

Le nombre de degrés de liberté (DDL), le nombre d'éléments et le temps de calcul de chaque simulation est présenté dans le tableau 5.7. Les calculs ont été réalisés pour 13 fréquences différentes allant de 200 [Hz] à 1400 [Hz] avec un intervalle de 100 [Hz] entre chacune. Les calculs ont durés entre 19 secondes pour le premier (S1) jusqu'à 3h30 pour la cinquième simulation (S5) comme présenté.

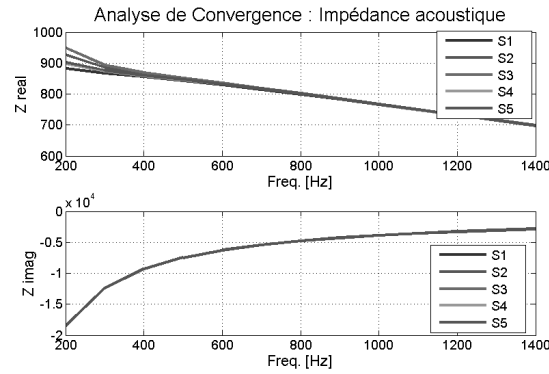
Simulation :	DDL	Nombre d'éléments	Temps de calculs
S1	6906	534	19 [s]
S2	15966	1510	50 [s]
S3	42294	4258	4.7 [min]
S4	113352	12170	21.4 [min]
S5	317124	35185	3.5 [hr]
S6	898278	103065	non réalisé

TAB. 5.7: Informations concernant les différents calculs réalisés pour l'analyse de convergence du modèle auxétique.

Les résultats obtenus ont été analysés en comparant les valeurs pour le coefficient d'absorption et l'impédance acoustique (parties réelle et imaginaire). Les résultats sont présentés sur la figure 5.20 où il y a trois graphiques différents qui comparent les résultats obtenus dans chaque simulation: le graphique (a) représente le coefficient d'absorption et les graphiques (b), subdivisés en deux graphiques montrent respectivement la partie réelle et imaginaire de l'impédance acoustique.



(a)



(b)

FIG. 5.20: Essais acoustiques pour 2 échantillons auxétiques.

Les courbes de la partie imaginaire de l'impédance sur 5.20 (b), présentent une bonne stabilité pour toute les simulations effectués. Les courbes de la partie réelle de l'impédance sur 5.20 (b) sont celles qui présentent la moins bonne stabilité, principalement en ce qui concerne les fréquences en dessous de 800 [Hz]. Logiquement, les courbes du coefficient d'absorption, sur 5.20 (a), présentent une stabilité intermédiaire puisqu'il dépend de l'impédance acoustique. Néanmoins les courbes pour le coefficient d'absorption présentent une bonne stabilité et montrent la forte influence de la partie imaginaire de l'impédance dans ces résultats.

Plus nous augmentons en fréquences entre 200 et 800  $Hz$ , plus les résultats sont stables. Les résultats au dessus de 800  $Hz$  présentent une bonne stabilité indépendamment du nombre de DDL adopté. Les calculs présentent une variation non monotone, ne permettant pas de d'identifier un comportement croissant ou décroissant des valeurs en fonction du DDL. Nous n'avons pas pu aller au delà du nombre de DDL de 317124 du fait que les calculs étaient trop lourds pour l'équipement utilisé.

### 5.6.4 Identification classique

Nous avons alors cherché à identifier les valeurs des paramètres du modèle en recalant les valeurs obtenues expérimentalement avec les valeurs numériques calculées avec le modèle éléments finis (E.F.). En comparant les valeurs des courbes expérimentales avec les résultats obtenus par un calcul analytique nous essayons de rapprocher au maximum ces deux résultats en optimisant les valeurs des paramètres du modèle. Les valeurs des paramètres ont été recalées en minimisant un des critères (F) représentatif de l'écart entre les courbes analytiques avec les courbes expérimentales (fmincon de Matlab [82]).

Les paramètres identifiés pour ce modèle auxétiques sont encore plus nombreux que pour les matériaux isotropes vu que certains paramètres sont différents selon leur direction. Il y a un total de 15 paramètres qui sont :

Les paramètres mécaniques : Deux modules de Young (  $E_x$  qui est égale à  $E_z$  et  $E_z$  ) , deux coefficients de poisson (  $\nu_x$  égale à  $\nu_y$  et  $\nu_z$  ) , la densité volumique (  $\rho$  ) et deux coefficients de perte (  $\eta_x$  égale à  $\eta_y$  et  $\eta_z$  ).

Les paramètres de Biot : Deux résistivités (  $\sigma_x$  égale à  $\sigma_y$  et  $\sigma_z$  ), la porosité (  $\phi$  ), deux tortuosités (  $\alpha_{\infty x}$  égale à  $\alpha_{\infty y}$  et  $\alpha_{\infty z}$  ), deux longueurs caractéristiques visqueuses (  $\Lambda_x$  égale à  $\Lambda_y$  et  $\Lambda_z$  ) et la longueur caractéristique thermique (  $\Lambda'$  ).

Il a été nécessaire de tester différentes fonctions objectifs afin d'évaluer laquelle aboutissait à de meilleurs résultats. Les valeurs expérimentales utilisées ont été celles du coefficient d'absorption et de l'impédance acoustique mesurées et représenté par la courbe bleue dans les graphiques (c) et (d) de la figure 5.19. Ces résultats comprennent une bande de fréquences plus grande que celle des graphiques (a) et (b) de la figure 5.19, elle va de 0.5  $kHz$  jusqu'à 6.4  $kHz$ . Ces mesures ont présentées des valeurs plus constantes dans une plus large bande de fréquences. En plus de cela, le modèle présente une meilleure stabilité dans ces fréquences, principalement à partir des 800  $Hz$  , ce qui permet d'utiliser une quantité de DDL moins grande (6906 DDL).

La quantité de points expérimentaux de références utilisés pour caractériser les courbes d'absorption acoustique et l'impédance acoustique a été réduite pour essayer d'alléger le temps de calcul. Puisque nous utilisons un modèle éléments finis qui demande un certains temps de calcul, il est intéressant de pouvoir caractériser les courbes expérimentales avec peu de données, ce qui épargne des calculs superflus , et nous permet de gagner beaucoup de temps. Théoriquement avec plus de données nous pouvons aboutir à une meilleure précision si le paramètre en question est observable. Il est donc nécessaire de choisir des points qui caractérisent bien la courbe recherchée. Dans la configuration en tube de Kundt (1 D), les paramètres longitudinaux sont plus sollicités que les paramètres transversaux. Les mesures sont donc plus fiables pour ces paramètres. Seulement 7 points correspondant à la courbe du coefficient d'absorption et 7 points pour l'impédance acoustique (partie réelle et imaginaire) ont été choisis. Les fréquences correspondantes ont été celles de 0.5, 1.5, 2.5, 3.5 4.5, 5.5 et 6.4  $kHz$ . Ces points semblent être suffisants pour la caractérisation de l'allure des courbes.

Avant de lancer les premiers calculs de recalage, il a été nécessaire de tester l'efficacité des fonctions coût retenus pour recaler les courbes. Les fonctions considérées, sont explicitées dans (5.94), (5.95), (5.96) et (5.97).

Les premiers calculs d'identification réalisés ont été fait en utilisant une fonction de minimisation contrainte pour multiples variables (`fmincon` de Matlab [82] ). Cette fonction nous permet d'évaluer plusieurs paramètres tout en fixant des limites pour chacun d'entre eux, telles que celles données dans le tableau 5.4. Ces calculs prennent en compte tous les paramètres, ce qui est intéressant au niveau de la prise en compte de la possible interaction entre les paramètres.

Les meilleurs résultats obtenus pour ces premier calculs sont présentés sur les figures 5.21.

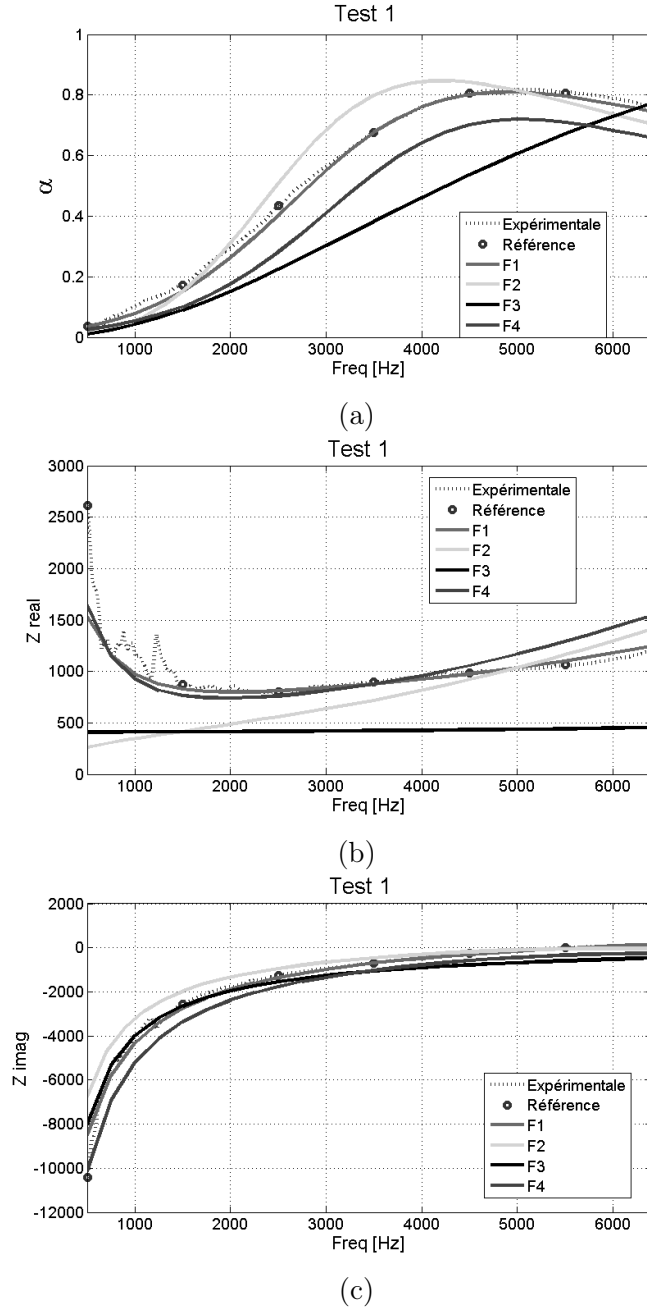


FIG. 5.21: Les résultats obtenus avec les fonction coût F1 (5.94), F2 (5.95), F3 (5.96) et F4 (5.97) sont présentées. La courbe "Expérimentale" représente les valeurs expérimentales et les points "Référence" sont les points expérimentaux adoptés pour le recalage.

Après une grande quantité de calculs effectués, seulement quelques résultats ont abouti à un bon recalage des courbes. Différents calculs effectués avec une même fonction coût n'ont pas présentés les mêmes résultats, montrant ainsi l'instabilité de ces résultats et le mauvais

conditionnement du problème. Cela nous a montré que l'optimisation devrait être étudiée d'une façon plus approfondie (La fonction objectif à être utilisée doit être validée avant d'être appliquée au cas réel). Il convient d'améliorer le conditionnement c'est-à-dire la sensibilité de la fonction objectif vis-à-vis des paramètres à optimiser. L'observabilité des paramètres doit être prise en compte.

Néanmoins, nous avons pu caractériser l'échantillon (PU-PE) auxétique isotrope transverse avec une très bonne approximation en utilisant la fonction (5.94). Les meilleurs résultats ont été récupérés et présentés dans les graphiques (a), (b) et (c) de la figure 5.21.

La plupart des points calculés présentent des valeurs proches à celles de référence. Nous constatons un écart entre les données de référence et numériques principalement autour de 500  $Hz$  pour les courbes d'impédance acoustique. Un écart de 1000  $[Pa.s/m]$  pour la partie réelle et un écart de 2000  $[Pa.s/m]$  pour la partie imaginaire de l'impédance acoustique est observé. Cet écart se situe dans les zones où nous avons le plus d'incertitudes dans les mesures expérimentales. Cela signifie que l'écart entre les courbes expérimentale et numérique est associé à la plage pour laquelle les mesures sont les moins fiables, les incertitudes étant dues au bruit sur les mesures. Les mesures réalisées dans les deux différents diamètres du tube de Kundt ont présentés aussi des incertitudes. En comparant les deux nous observons un écart entre les mesures dans cette région, comme il peut être observé dans les graphiques (e) et (f) de la figure 5.19. Des écarts de 800  $[Pa.s/m]$  pour la partie réelle et de 3000  $[Pa.s/m]$  pour la partie imaginaire de l'impédance acoustique. De plus, nous savons que dans cette région entre 500 et 800  $Hz$  la stabilité du modèle est plus faible pour le nombre de DDL adopté. Cette partie des résultats ne doit donc pas être prise en compte de forme trop rigoureuse. Le reste de résultats allant de 800 à 6400  $Hz$  sont plus fiables, et comme nous le constatons, ils ont été satisfaisant pour cette simulation.



Les résultats de l'identification, basée sur le critère (5.94) sont cohérents et caractérisent bien le comportement de l'échantillon étudié. Les résultats sont présentés dans le tableau 5.8 :

Paramètres de Couplage:		
Paramètre	Unité	Résultats
$\Phi$	[-]	0.85
$\sigma_x, \sigma_y$	[N.s.m <sup>-4</sup> ]	196000
$\sigma_z$	[N.s.m <sup>-4</sup> ]	200000
$\alpha_{\infty x}, \alpha_{\infty y}$	[-]	1.2
$\alpha_{\infty z}$	[-]	2
$\Lambda_x, \Lambda_y$	[ $\mu$ m]	166e-6
$\Lambda_z$	[ $\mu$ m]	5e-6
$\Lambda'$	[ $\mu$ m]	237e-6
Paramètres Mécaniques		
Paramètre	Unité	Résultats
$E_x, E_y$	[kPa]	800
$E_z$	[kPa]	500
$\nu_x, \nu_y$	[-]	0.3
$\nu_z$	[-]	-0,6
$\rho$	[Kg.m <sup>-3</sup> ]	27
$\eta_x, \eta_y$	[%]	24
$\eta_z$	[%]	0

TAB. 5.8: Résultats de l'identification, basée sur le critère (5.94).

Les paramètres présentés dans le tableau 5.8 respectent bien les limites présentées antérieurement dans le tableau 5.4. Les valeurs présentées par les longueurs caractéristiques visqueuses  $\Lambda_x$ ,  $\Lambda_y$  et  $\Lambda_z$  respectent bien la condition, elles doivent être inférieures à la valeur à longueur caractéristiques thermique  $\Lambda'$ .

Comme mentionné antérieurement ces premiers résultats d'identifications sont instables. Cela est dû à l'algorithme d'optimisation utilisé. Il n'a pas pu bien fonctionner en raison de la quantité de variables recherchées et du modèle utilisé. Pour avoir une méthode inverse de caractérisation fiable du matériau poreux à partir de simples mesures acoustiques en tube de Kundt nous avons dû, dans un premier temps, valider une nouvelle stratégie plus fiable pour, seulement après, l'appliquer aux données expérimentales.

Pour l'analyse de la validité de la fonction coût utilisée, les résultats d'une simulation ont été pris comme référence éliminant ainsi l'influence de toute erreur expérimentale possible. Les paramètres adoptés pour cette simulation sont ceux présenté dans le tableau 5.8. Ils se réfèrent

au meilleur résultat de l'identifications globale réalisée. Testant les différentes fonctions objectif antérieurement présentées, on a essayé de retrouver, à travers une optimisation, les valeurs de paramètre de ce tableau 5.8.

Les équations analysées sont F1 (5.94), F2 (5.95), F3 (5.96) et F4 (5.97).

La première optimisation a été effectuée en utilisant un algorithme de minimisation contraint à variable multiples `fmincon` de Matlab [82]. Elle a été testée pour les quatre équations pour essayer d'identifier un seul des paramètres du modèle en gardant le reste des valeurs justes selon la simulation de références, c'est-à-dire les valeurs du tableau 5.8. Selon le paramètre testé les limites sont celles du tableau 5.4 et la valeur initiale adoptée est la valeur moyenne entre les limites supérieures et inférieures considérées.

L'étude de sensibilité sur les fonctions objectifs (section 5.6) a guidé la recherche pour que nous puissions donner une plus grande importance aux paramètres plus sensibles. Suivant l'étude de sensibilité, une plus grande importance a été donnée pour les neuf paramètres les plus importants. Ils ont été optimisés par le processus décrit précédemment pour chacune des équations (5.94), (5.95), (5.96) et (5.97).

Les résultats obtenus n'ont pas été satisfaisants. La plupart des paramètres recherchés n'ont pas abouti à la valeur espérée. Les résultats étaient souvent différents de ceux recherchés ou avec une basse précision. Ce fait nous a conduit à refaire le même test avec un autre algorithme de minimisation.

Cette fois nous avons utilisé une minimisation plusieurs variables non contraintes (`Fminsearch` [82]). En utilisant cette fonction nous ne pouvons pas, en principe, délimiter les valeurs de chaque paramètre.

Cette fonction a été appliquée pour chacun des paramètres du modèle séparément. A chaque fois le reste des valeurs était fixé à des valeurs connues, exactement comme ceci avait été fait pour les tests précédents. La valeur initiale adoptée est la valeur moyenne entre les limites du paramètre concerné.

Les tests numériques ont été satisfaisants pour l'identification d'un paramètre à la fois seulement pour la fonction objectif et tous les paramètres ont pu être identifiés séparément avec cette fonction 5.97. Ce résultat a permis d'adopter cette fonction pour continuer l'analyse de cette méthode inverse d'identification.

L'idée était d'essayer d'identifier les paramètres du plus sensibles au moins sensibles pour cette fonction objectif (5.97). Une classification des paramètres a été faite selon l'étude de sensibilité réalisée présentée dans les graphiques de la figure 5.18. En utilisant les tableaux 5.5 et 5.6, les paramètres peuvent être classés en accord avec leur sensibilité dans la fonction objective F4 (5.97).

Ces sensibilités, pour F4 (5.97), sont regroupées dans le tableau dans le tableau 5.9 :

Classification : Sensibilité F4		
Paramètre:	Ecart Max. F4	Classification :
$\Lambda_z$	0.9075	1
$\Phi$	0.4620	2
$\sigma_z$	0.3550	3
$\Lambda'$	0.3496	4
$\alpha_{\infty z}$	0.0568	5
$\nu_z$	0.0045	6
$\rho$	0.0034	7
$E_x, E_y$	0.0033	8
$E_z$	0.0011	9
$\eta_z$	3.6950e-4	10
$\eta_x, \eta_y$	1.6274e-4	11
$\Lambda_x, \Lambda_y$	6.4815e-5	12
$\nu_x, \nu_y$	3.6566e-5	13
$\alpha_{\infty x}, \alpha_{\infty y}$	2.6557e-5	14
$\sigma_x, \sigma_y$	2.0992e-5	15

TAB. 5.9: Sensibilité de la fonction F4 selon le paramètre du modèle.

Les quatre premiers paramètres,  $\Lambda_z$ ,  $\Phi$ ,  $\sigma_z$  et  $\Lambda'$  sont vraiment les plus sensibles. Le paramètre  $\alpha_{\infty z}$  présente moins d'importance que les quatre premiers mais il est plus sensible que le restant des paramètres. Les paramètres qui suivent dans la classification présentent une petite sensibilité (paramètres de 6 à 9 du tableau 5.9). A partir du dixième item du tableau 5.9 la sensibilité est très petite sur les résultats recherchés.

L'identification d'un paramètre à la fois utilisant l'équation 5.97 a permis de poursuivre les évaluations de la méthode. L'étape suivante a été d'essayer d'identifier plusieurs paramètres à la fois. Il a été recherché l'identification de deux paramètres à la fois en partant de la valeur initiale équivalente à la moyenne des limites de chaque paramètre respectivement. Les valeurs du restant des paramètres non analysés ont été adoptées selon les valeurs qui caractérisent les résultats de référence adoptés, comment effectué précédemment pour chaque paramètre séparément. L'identification de deux paramètres à la fois a aussi été validée utilisant l'équation 5.97.

La validation de l'identification a été concentrée sur les neuf paramètres les plus important présentés dans le tableau 5.9. Il a été cherché à identifier ces paramètres en groupes, avec la prise en compte du plus grand nombre de paramètres à la fois. Cela est important pour la prise en compte des interactions entre paramètres qui n'est pas connues dans cette étude.

Une observation importante qui a été faite, est que l'étude d'identification faite sur ce modèle nous montre à travers les résultats que l'interaction entre les paramètres est importante et devrait être idéalement prise en compte. Quand, par exemple, nous effectuons une optimisation des trois paramètres les plus importants en même temps ( $\Lambda_z$ ,  $\Phi$  et  $\sigma_z$ ), la valeur initiale de la fonction coût, F4 (5.97), est de 4.075. Cette valeur peut être comparée aux résultats de l'étude de sensibilité réalisée et présentée dans le tableau 5.9. Pour chaque paramètre nous retrouvons un écart maximum de la fonction dû à la variation de chaque paramètre séparément. En sommant les écarts maximum (erreurs possibles dues à chaque paramètres séparément) présentés par la fonction F4 causés séparément par les des trois premiers paramètres, la valeur obtenue est de 1.7245 (0.9075 + 0.4620 + 0.3550). Cette valeur est très inférieure à la valeur de 4.075, réellement rencontrée, ce qui montre que la valeur de 1.7245 calculée à partir de la influence de chaque paramètre séparément peut augmenter beaucoup en fonction de l'influence de l'interaction entre les paramètres dans les résultats du modèle.

L'étude de sensibilité prenant en compte l'interaction des paramètres s'avère d'une grande importance au moment de définir une stratégie d'optimisation. Cela permet de prendre en compte au moins les interactions plus importantes entre les paramètres dans les groupements.

L'autre problème rencontré pendant le développement de cette stratégie d'identification est celui de la mauvaise optimisation des paramètres en fonction de ceux qui ont été pris en compte en même temps. L'optimisation des paramètres  $\rho$  est  $E_x$  par exemple n'a pas bien fonctionné, néanmoins si les paramètres  $\Lambda'$  et  $\alpha_{\infty z}$  sont optimisés, le résultat est exact. Ce qui veut dire qu'il se peut que l'identification de deux paramètres peut fonctionner ou pas selon ceux qui sont concernés avec eux.

Plusieurs tests ont été réalisés pour regrouper des paramètres à identifier en même temps de calcul. Les principales règles qui ont été prises en compte pour la stratégie d'optimisation adoptée sont premièrement d'essayer d'obtenir les résultats pour les paramètres les plus importants (tableau 5.9), mais aussi de regrouper les paramètres d'une forme qu'ils n'interfèrent pas dans la fiabilité des résultats. A part ça, nous avons cherché à optimiser le plus grand nombre de paramètres à la fois pour essayer de garder au maximum les interactions existant entre eux.

Dans un premier temps, l'application de la méthode dans le cas réel aboutissait à des valeurs incohérentes pour plusieurs paramètres, des restrictions (pour les limites) ont alors été implémentées dans le code numérique afin d'éviter ce problème. Même si la caractérisation des courbes du coefficient d'absorption et de l'impédance acoustique était bonne, les valeurs de certains paramètres ne respectaient pas les limites tableau 5.4.

En suivant toutes ces considérations citées dans les deux paragraphes précédant, nous avons fini par organiser les paramètres de la façon suivante:

Sept optimisations ont été réalisées pour la totalité des paramètres. Les paramètres ont été organisés en sept groupes selon leurs sensibilités et les contraintes rencontrées tel que présenté dans le tableau 5.10. Le premier groupe a été formé de paramètres  $\Phi$ ,  $\sigma_z$  et  $\Lambda'$ . Le deuxième

groupe a été formé de  $\Lambda_z$  et  $\alpha_{\infty z}$ . Le troisième groupe a été formé  $\nu_z$  et  $E_z$ . Le quatrième groupe a été formé  $E_x$ ,  $E_y$  et  $\rho$ . Le cinquième groupe a été formé  $\eta_x$ ,  $\eta_y$  et  $\eta_z$ . Le sixième groupe a été formé  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\alpha_{\infty x}$  et  $\alpha_{\infty y}$ . Le septième groupe a été formé  $\nu_x$ ,  $\nu_y$ ,  $\Lambda_x$  et  $\Lambda_y$ . Ces groupes sont présentés dans le tableau 5.10.

Organisation des paramètres:	
Groupe :	Paramètres :
1	$\Phi, \sigma_z, \Lambda'$ .
2	$\Lambda_z, \alpha_{\infty z}$
3	$\nu_z, E_z$
4	$E_x, E_y, \rho$
5	$\eta_x, \eta_y, \eta_z$
6	$\sigma_x, \sigma_y, \alpha_{\infty x}, \alpha_{\infty y}$
7	$\nu_x, \nu_y, \Lambda_x, \Lambda_y$

TAB. 5.10: Organisation des paramètres en groupes à être optimisés séparément pour l'identification de leurs valeurs.

L'optimisation de plus de trois paramètres à la fois n'a pas pu être implémentée. Les paramètres  $\Lambda_z$  et  $\Phi$  n'ont pas pu être mis dans un même groupe. Le groupe contenant le paramètre  $\Lambda_z$ , groupe 1, a été placé en premier puisqu'il est celui qui minimise le plus l'équation (5.97).

Les optimisations des deux premiers groupes concernant les cinq paramètres les plus sensibles, sont réellement les plus importantes. C'est là où la quasi totalité du recalage est faite. Nous le constatons en observant l'évolution de la valeur de F4 (5.97).

La valeur initiale de F4 (5.97) est de 3.9736 et descend à 0.2647 après l'optimisation des cinq premiers paramètres. La valeur finale de l'équation est de 0.2013 après l'optimisation des quinze paramètres. Cela montre la réelle importance des paramètres des deux premiers groupes.

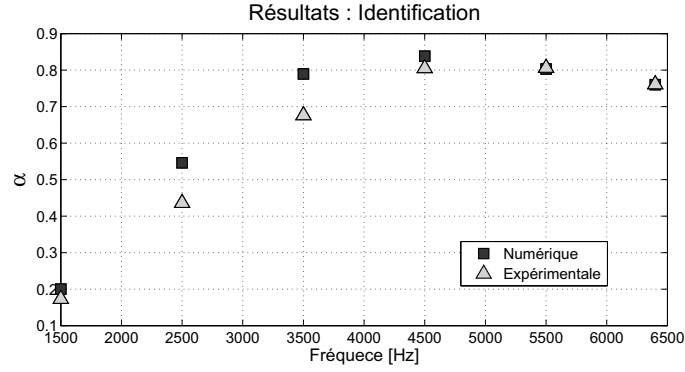
Le temps de calcul a été de 16 heures et 20 minutes environ. Pour une stratégie de recalage ça ne représente pas un temps trop important. La nécessité de la mise en place d'équipements sophistiqués n'est pas nécessaires si les informations de base sont connues.

Néanmoins, le temps élevé de calcul nécessaire pour rechercher la meilleure stratégie nous a limité par rapport à nos contraintes de temps. Plusieurs configurations sont possibles et le temps total de calcul reste élevé pour toutes les tester, 18 heures environ.

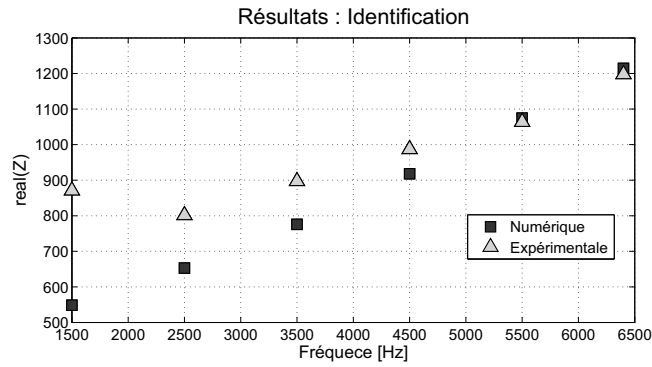
Six mesures expérimentales ont été utilisées comme référence au lieu de sept, comme nous l'avons fait précédemment. Cela, pour essayer de minimiser les erreurs expérimentales. La mesure à 500 Hz n'a pas été considérée. Entre les sept mesures précédemment considérées, c'est celle-ci qui a montré le plus de variation. Les mesures considérées vont de 1500 à 6400 Hz. Comme cela peut être constaté dans les essais expérimentaux réalisés avec deux différents échantillons (graphiques (e) et (f) fig. 5.19), les mesures réalisées pour l'impédance acoustique ont tendance

à être plus constantes à partir de 1600  $Hz$ .

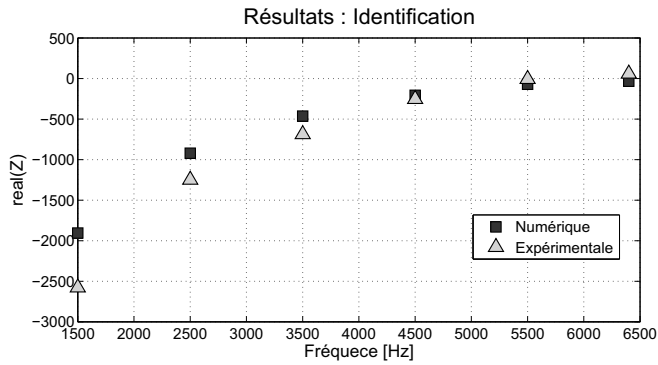
Les résultats obtenus sont présentés dans les graphiques (a), (b) et (c) de la figure 5.22. Ils se réfèrent respectivement au coefficient d'absorption ( $\alpha$ ), à la partie réelle et à la partie imaginaire de l'impédance acoustique ( $Z$ ).



(a)



(b)



(c)

FIG. 5.22: Deuxième identification des paramètres de l'échantillon PU-PE auxétique

Les résultats pour les graphiques d'impédance, (b) et (c), ont été meilleurs vers les fréquences plus hautes et moins précises dans les basses fréquences. Les hautes fréquences coïncident avec les mesures les plus fiables. Dans les fréquences qui se rapprochent de 1500  $Hz$  la tendance des

courbes (b) et (c) fig. 5.22 se rapproche plus du comportement obtenu expérimentalement, dans un guide d'onde de 10 *cm*, pour les plus basses fréquences, graphiques (b) figure 5.19. L'une des raisons de ce comportement est les valeurs limites adoptées pour les paramètres. Certains paramètres atteignent la valeur limite autorisée. Les courbes numériques obtenues pour l'absorption et l'impédance acoustique suivent les mêmes tendances que les valeurs expérimentales.

Dans le graphique (a) les valeurs numériques du coefficient d'absorption sont très proches de celles des mesures expérimentales à partir de 4500 *Hz*, mais pas seulement, à 1500 *Hz* les valeurs coïncident aussi. Un écart plus important a été observé pour les fréquences de 2500 et 3500 *Hz*.

Il existe encore quelques écarts mais comme le montre la pratique et comme cela est présenté dans l'article [87], les résultats expérimentaux pour un même type d'échantillon poreux présentent de grandes variations entre eux. Elles peuvent atteindre environ 30 % par rapport à une valeur moyenne.

Les résultats obtenus sont donc acceptables. Ils représentent des valeurs cohérentes pour chaque paramètre, respectant les limites adoptées et l'importance de chacun sur les résultats a été prise en compte à travers l'étude de sensibilité. Les valeurs finales obtenues pour les paramètres sont présentées dans le tableau 5.11.

Paramètres de Couplage:		
Paramètre	Unité	Résultats
$\Phi$	[-]	0.99
$\sigma_x, \sigma_y$	[N.s.m <sup>-4</sup> ]	1500
$\sigma_z$	[N.s.m <sup>-4</sup> ]	200000
$\alpha_{\infty x}, \alpha_{\infty y}$	[-]	3
$\alpha_{\infty z}$	[-]	3
$\Lambda_x, \Lambda_y$	[ $\mu$ m]	20e-6
$\Lambda_z$	[ $\mu$ m]	10.6e-6
$\Lambda'$	[ $\mu$ m]	58.9e-6
Paramètres Mécaniques		
Paramètre	Unité	Résultats
$E_x, E_y$	[kPa]	908.5
$E_z$	[kPa]	362.0
$\nu_x, \nu_y$	[-]	0.30
$\nu_z$	[-]	-0.37
$\rho$	[Kg.m <sup>-3</sup> ]	25
$\eta_x, \eta_y$	[%]	8.6
$\eta_z$	[%]	1.7

TAB. 5.11: Paramètres

### 5.6.5 Conclusion:

Les paramètres mécaniques et de couplage pour l'échantillon PU-PE auxétique isotrope transverse ont été identifiés. Dans le recalage final des paramètres il a été optimisé un maximum de trois paramètres à la fois. Une méthode robuste a été implémentée pour déterminer ces paramètres. Les résultats obtenus sont cohérents, ils ont des valeurs similaires à celles obtenues à travers les essais expérimentaux et les valeurs rencontrés dans la littérature.

Les erreurs présentées sont acceptables comparées avec les variations qui peuvent être présentées entre plusieurs mesures expérimentales d'un même type de mousse.

Une analyse de sensibilité plus complète peut permettre d'aboutir à des résultats encore meilleurs avec la prise en compte des interactions entre paramètres.





# Chapitre 6

## CONCLUSION GÉNÉRALE

---

Cette thèse apporte une contribution dans le domaine du contrôle du bruit et de la caractérisation de matériaux poreux. Dans le chapitre 1 (Introduction), nous abordons la problématique des nuisances sonores, très présentes dans notre quotidien. Le coût peu élevé et les bonnes performances en termes d'atténuation acoustique de ces matériaux poreux nous ont incité à les étudier de façon à être capable de les utiliser plus efficacement. Nous avons travaillé sur la modélisation des mousses, leur caractérisation ainsi que sur l'étude de mousses composites et des mousses auxétiques.

Pour étudier le comportement des matériaux poroélastiques homogènes en vibro-acoustique, dans le chapitre 2, nous avons présenté les équations et l'implémentation numérique 3D éléments finis du modèle de Biot-Allard ( $\mathbf{u}^s; p$ ) [6, 109].

Des simulations ont été réalisées afin de comparer les résultats de l'implémentation analytique et éléments finis du modèle avec des valeurs expérimentales et numériques tirées de la littérature [83] concernant un échantillon de fibre de verre. D'autres simulations ont aussi été réalisées pour comparer les résultats numériques avec les mesures effectuées en tube de Kundt sur un échantillon de mousse de mélamine. Les comparaisons des résultats numériques issus du cas-test pris comme référence (figures 2.5 et 2.6), montrent que les écarts entre les courbes sont suffisamment faibles pour valider le modèle lors de nos futures applications. Les comparaisons avec les essais expérimentaux réalisés confirment cette validation, comme le montrent les figures 2.8 et 2.9.

Dans le chapitre 3, nous avons étudié l'association d'une mousse avec des masselottes et une peau métallique micro-structurée.

L'inclusion de quatre masselottes dans un échantillon cylindrique de mélamine a été simulé numériquement et des essais expérimentaux ont également été réalisés. Les simulations numériques ont montrées le déplacement de l'anti-résonance de la courbe du coefficient d'absorption présente dans la bande de fréquence étudiée. Nous avons constaté une augmentation de la valeur minimum du coefficient d'absorption dans la zone d'affaissement, ainsi qu'un décalage en direction des hautes fréquences. Les résultats expérimentaux ont mis en évidence le même type de comportement. Les résultats obtenus numériquement représentent bien le comportement moyen des deux différentes configurations différentes. Nous sommes capables de déplacer la première fréquence de résonance de l'échantillon avec l'ajout de masselottes. Cela nous permet d'augmenter l'absorption acoustique de 13 % environ dans cette région.

Des mesures de perte par transmission (TL) d'une peau métallique micro-structurée (figures 3.16, 3.17 et 3.18) ont été réalisés dans différentes configurations. La perte par transmission de l'échantillon de peau métallique (P) a été mesurée en changeant le côté de l'échantillon. Nous avons constaté l'influence des conditions aux limites, difficiles à contrôler, dans un premier temps. Une deuxième série de mesures réalisées avec un système de mesure amélioré permettant de mieux contrôler les conditions aux limites nous a permis de vérifier que le changement de côté de l'échantillon n'a pas eu une réelle influence sur les mesures de "TL". Une configuration

sandwich fixant la peau métallique entre deux échantillons de mousse de même épaisseur a été utilisée pour d'autres mesures de "TL". Cette configuration a été réalisée avec deux mousses différentes où la peau "P" a été changée de côté pour nous permettre d'analyser l'effet de ce changement. Le changement du côté de l'échantillon "P" altère les valeurs de "TL" pour cette configuration. En règle générale, dans la majorité des essais, nous avons remarqué une diminution des mesures de TL lorsque l'on place la peau métallique avec les picots vers le haut parleur du Tube de Kundt. Ces valeurs varient entre de 1 à 2 dB pour les essais réalisés. La raison physique est sans doute liée à l'existence d'effets non linéaires associés au frottement des picots sur la mousse, ce qui permet de dissiper de l'énergie vibratoire. Un nombre plus grand d'essais serait nécessaire afin d'évaluer une valeur moyenne plus sûres de la variation de TL en fonction de l'inversion de côté de l'échantillon "P".

Nous avons développé une méthode de recalage de modèle (Chapitre 4) qui consiste à associer une étude de sensibilité globale (FAST) des sorties d'intérêt vis-à-vis des paramètres avec une optimisation permettant de recaler des résultats expérimentaux avec des résultats numériques du modèle Biot-Allard présenté dans le Chapitre 2. Celle-ci rend possible l'identification des nombreux paramètres nécessaires à la modélisation du comportement des matériaux poreux en vibro-acoustique.

Nous avons appliqué la méthode pour un échantillon de mélamine. Les paramètres mécaniques identifiés sont le module d'Young ( $E$ ), le coefficient de Poisson ( $\nu$ ), le coefficient de perte ( $\eta$ ) et la masse volumique ( $\rho$ ), les paramètres de couplage sont la porosité ( $\Phi$ ), la résistivité ( $\sigma$ ), la tortuosité ( $\alpha_\infty$ ), la longueur caractéristique visqueuse ( $\Lambda$ ) et la longueur caractéristique thermique ( $\Lambda'$ ). Nous avons identifié les paramètres à partir de mesures simples (mesures en tube de Kundt), sans mettre en oeuvre une méthodologie dédiée à l'identification de chacun d'entre eux. L'étude de sensibilité préalable permet de sélectionner les paramètres les plus influents et de les organiser afin d'obtenir des résultats satisfaisants tout en optimisant sensiblement le temps de calcul en prenant en considération les influences croisées. Nous avons pu de cette manière diminuer de 45 % nos temps de calcul. L'étude est une alternative intéressante pour des sollicitations plus complexes où le temps de calcul est un facteur limitant ou contraignant.

Dans le Chapitre 5 une mousse auxétique obtenue à partir d'une mousse de polyuréthane polyéthylène (PU-PE) conventionnelle a été étudiée. Un modèle tridimensionnel basé sur le modèle de Biot-Allard ( $\mathbf{u}^s; \mathbf{u}^f$ ) [6, 109] a été construit. Les paramètres mécaniques et de couplage pour l'échantillon ont été identifiés. En plus d'une étude bibliographique, plusieurs techniques expérimentales comme l'utilisation d'un analyseur mécanique dynamique (DMA) et la technique de corrélation d'images ont été employées afin de nous fournir une base de références des valeurs pour les paramètres recherchés. Des mesures expérimentales à l'aide d'un Tube de Kundt (TK) ont été réalisées en parallèle obtenant ainsi des données utilisées pour l'application d'une technique d'identification des paramètres basée sur celle présentée dans le chapitre 4. Cela a permis d'améliorer l'identification des paramètres minimisant l'effet de l'accumulation d'imprécisions

---

expérimentales des nombreux paramètres, en prenant en compte la sensibilité de chacun dans le modèle.

Une analyse de sensibilité plus complète pourrait certainement améliorer les résultats. La prise en compte des interactions entre les paramètres nous permettrait de mieux les organiser optimisant les calculs et les résultats. La méthode implémentée est robuste. Les résultats obtenus, présentés dans le tableau 5.11, sont cohérents avec ceux obtenus à travers les essais expérimentaux et les valeurs rencontrées dans la littérature.

# RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] [http://gtmma.sourceforge.net/aboutme/milieux\\_poreux/index.html](http://gtmma.sourceforge.net/aboutme/milieux_poreux/index.html).
- [2] <http://www.antibruit.org/echelle.htm>.
- [3] <http://www.sante.gouv.fr/prevention-des-effets-auditifs-du-bruit.html>.
- [4] *COMSOL 3.5a 3.5.0.608*. COMSOL Multiphysics, 11/05/2009.
- [5] Standard test method for air flow resistance of acoustical materials, 1980.
- [6] J.F. ALLARD et N. ATALLA : *Propagation of sound in Porous Media, Modelling Sound in Absorbing Materials*. Wiley, 2 édition, 2009.
- [7] J.F. ALLARD, B. CASTAGNEDE, M. HENRY et W. LAURIKS : Evaluation of tortuosity in acoustic porous materials saturated by air. *Review of scientific instruments*, 65(3):754–755, 1994.
- [8] J.F. ALLARD, P. HERZOG, D. LAFARGE et M. TAMURA : Recent topics concerning the acoustics of fibrous and porous materials. *Applied Acoustics*, 39(1):3–21, 1993.
- [9] N. ATALLA, R. PANNETON et P. DEBERGUE : A mixed displacement pressure formulation for poroelastic materials. *J. Acoust. Soc. Amer.*, 104:1444 – 1452, 1998.
- [10] N. ATALLA, R. PANNETON, F.C. SGARD et X. OLNy : Acoustic absorption of macro-perforated porous materials. *Journal of sound and vibration*, 243(4):659–678, 2001.
- [11] Y. ATALLA : *Développement d’une technique inverse de caractérisation acoustique des matériaux poreux*. ProQuest, 2002.
- [12] Y. ATALLA et R. PANNETON : Low frequency inverse method for the identification of the viscous and thermal characteristic lengths of porous media. *Proceedings of Internoise*, 99:595–600, 1999.
- [13] Y. ATALLA et R. PANNETON : Inverse acoustical characterization of open cell porous media using impedance tube measurements. *Canadian Acoustics*, 33(1):11–24, 2005.
- [14] K. ATTENBOROUGH : Acoustical characteristics of porous materials. *Physics Reports*, 82(3):179–227, 1982.
- [15] M. BIANCHI, F.L. SCARPA et C.W. SMITH : Stiffness and energy dissipation in polyurethane auxetic foams. *Journal of Materials Science*, 43(17):5851–5860, 2008.

- [16] M. BIOT: Theory of elastic waves in uid-saturated porous solid. i. low frequency range. *Journal of the Acoustical Society of America*, 28:168–178, 1956.
- [17] M. A. BIOT et D.G. WILLIS: The elastic coefficients of the theory of consolidation. *J. Appl. Mechanics*, 24:594 – 601, 1957.
- [18] M.A. BIOT: Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. i. low-frequency range. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 28:168, 1956.
- [19] M.A. BIOT: Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. ii. higher frequency range. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 28(2):179–191, 1956.
- [20] L. BODELOT: *Étude couplée des champs cinématiques et thermiques à l'échelle de la microstructure des matériaux métalliques*. Thèse de doctorat, Université des Sciences et Technologie de Lille-Lille I, 2008.
- [21] L. BOECKX, P. LECLAIRE, P. KHURANA, C. GLORIEUX, W. LAURIKS et J. F. ALLARD: Investigation of the phase velocities of guided acoustic waves in soft porous layers. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 117(2):545–554, 2005.
- [22] J.S. BOLTON et K. HONG: Inverse characterization of poro-elastic materials based on acoustical input data. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 126:2297, 2009.
- [23] C. BOUTIN, P. ROYER et JL AURIAULT: Acoustic absorption of porous surfacing with dual porosity. *International journal of solids and structures*, 35(34):4709–4737, 1998.
- [24] R.J.S. BROWN: Connection between formation factor for electrical resistivity and fluid-solid coupling factor in biot's equations for acoustic waves in fluid-filled porous media. *Geophysics*, 45(8):1269–1275, 1980.
- [25] S. BRUNAUER, P.H. EMMETT et E. TELLER: Adsorption of gases in multimolecular layers. *Journal of the American Chemical Society*, 60(2):309–319, 1938.
- [26] Centre national de la recherche scientifique. <http://www2.cnrs.fr/presse/journal/3233.htm>, 2007.
- [27] H. CHALAYE: Les matériaux composites: Dynamisme et innovation. *Le 4 Pages: des statistiques industrielles, DiGIPTip: Ministère de l Economie, des finances et de l industrie*, n.158, fev. 2002.
- [28] Y. CHAMPOUX et J.F. ALLARD: Dynamic tortuosity and bulk modulus in air-saturated porous media. *Journal of Applied Physics*, 70(4):1975–1979, 1991.
- [29] Y. CHAMPOUX, M.R. STINSON et G.A. DAIGLE: Air-based system for the measurement of porosity. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 89(2):910–916, 1991.
- [30] K. CHAN, A. SALTELLI et S. TARANTOLA: Sensitivity analysis of model output: variance-based methods make the difference. *In Proceedings of the 29th conference on Winter simulation*, pages 261–268. IEEE Computer Society, 1997.
- [31] S. CHEDLY et M. ICHCHOU: Etude de sensibilité du modèle de johnson-allard. *In Premier Colloque International IMPACT 2010 22-24 Mars 2010, Djerba, Tunisie*, 2010.

- [32] S. CHEDLY, M. ICHCHOU, M. OUISSE et M. COLLET : Hiérarchisation paramétrique pour les matériaux poreux en vibroacoustique. *In Société Française d'Acoustique SFA, éditeur : 10ème Congrès Français d'Acoustique 10ème Congrès Français d'Acoustique*, pages –, Lyon France, 2010.
- [33] I. CHEKKAL : *Vibro-acoustic properties of auxetic open cell PU foams: numerical and experimental study*. Thèse de doctorat, University of Bristol, 2012.
- [34] AH-D CHENG : Material coefficients of anisotropic poroelasticity. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 34(2):199–205, 1997.
- [35] H. CHRISTOPHER FREY et S.R. PATIL : Identification and review of sensitivity analysis methods. *Risk analysis*, 22(3):553–578, 2002.
- [36] DH CROMBIE, DC HOTHERSALL et SN CHANDLER-WILDE : Multiple-edge noise barriers. *Applied Acoustics*, 44(4):353–367, 1995.
- [37] RI CUKIER, CM FORTUIN, K.E. SHULER, AG PETSCHKE et JH SCHAIBLY : Study of the sensitivity of coupled reaction systems to uncertainties in rate coefficients. i theory. *The Journal of Chemical Physics*, 59(8):3873, 1973.
- [38] RI CUKIER, JH SCHAIBLY et Kurt E SHULER : Study of the sensitivity of coupled reaction systems to uncertainties in rate coefficients. iii. analysis of the approximations. *The Journal of Chemical Physics*, 63:1140, 1975.
- [39] O. DANILOV, F. SGARD et X. OLNLY : On the limits of an in vacuum model to determine the mechanical parameters of isotropic poroelastic materials. *Journal of sound and vibration*, 276(3):729–754, 2004.
- [40] N. DAUCHEZ : *Etude vibroacoustique des matériaux poreux par éléments finis (Vibroacoustic Study of Porous Materials usining Finite Elements)*. Thèse de doctorat, Université du Maine & Université de Sherbrooke, 1999.
- [41] N. DAUCHEZ, M. ETCHESSAHAR, S. SAHRAOUI *et al.* : On measurement of mechanical properties of sound absorbing materials. *In 2nd Biot conference on Poromechanics*, pages 1–4, 2002.
- [42] P. DAVID : *Contrôle actif du bruit en utilisant un réseau de transducteurs distribués*. Thèse de doctorat, Université de Franche-Comté, 2008.
- [43] J. DAYOU et MJ BRENNAN : Global control of structural vibration using multiple-tuned tunable vibration neutralizers. *Journal of sound and vibration*, 258(2):345–357, 2002.
- [44] S.J. ESTÈVE et M.E. JOHNSON : Reduction of sound transmission into a circular cylindrical shell using distributed vibration absorbers and helmholtz resonators. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 112:2840, 2002.
- [45] A.W. FARIA : *Modélisation par Eléments Finis de Plaques Composites: Contribution à l'Etude de l'Amortissement, Endommagement et Prise en Compte d'Incertitudes*. Thèse de doctorat, Tese de Doutorado em Co-tutela, Universidade Federal de Uberlândia, Brasil e Université de Franche-Comté, França, 2010.



- [46] Z.E.A. FELLAH, S. BERGER, W. LAURIKS, C. DEPOLIER, C. ARISTEGUI et J.Y. CHAPELON : Measuring the porosity and the tortuosity of porous materials via reflected waves at oblique incidence. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 113:2424, 2003.
- [47] Z.E.A. FELLAH, C. DEPOLIER, S. BERGER, W. LAURIKS, P. TROMPETTE et J.Y. CHAPELON : Determination of transport parameters in air-saturated porous materials via reflected ultrasonic waves. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 114:2561, 2003.
- [48] Z.E.A. FELLAH, C. DEPOLIER, M. FELLAH et W. LAURIKS : Caractérisation complète des matériaux acoustiques par des mesures ultrasonores. *Full ultrasound characterization of acoustic materials*, *Acoustique & Techniques*, 36:26–32, 2004.
- [49] N. GEEBELN, L. BOECKX, G. VERMEIR, W. LAURIKS, J.F. ALLARD et O. DAZEL : Measurement of the rigidity coefficients of a melamine foam. *Acta Acustica united with Acustica*, 93:783–788(6), September/October 2007.
- [50] P. GÖRANSSON : Tailored acoustic and vibrational damping in porous solids - engineering performance in aerospace applications. *Aerospace Science and Technology*, 12(1):26 – 41, 2008. Aircraft noise reduction.
- [51] S. GOROG, R. PANNETON et N. ATALLA : Mixed displacement-pressure formulation for acoustic anisotropic open media. *J. Applied Physics*, 82 (9):4192 – 4196, 1997.
- [52] E. GOURDON et M. SEPPI : On the use of porous inclusions to improve the acoustical response of porous materials: Analytical model and experimental verification. *Applied Acoustics*, 71(4):283–298, 2010.
- [53] M. GRAVADE, M. OUISSE, M. COLLET, F. SCARPA, M. BIANCHI, M. ICHCHOU *et al.* : Auxetic transverse isotropic foams: from experimental efficiency to model correlation. *Acoustics 2012 Nantes*, 2012.
- [54] M. GRAVADE, M. OUISSE, M. ICHCHOU et M. COLLET : Amélioration de l'identification des paramètres de couplage et mécaniques des matériaux poreux par analyse de sensibilité. *20ème Congrès Français de Mécanique, 28 août/2 sept. 2011-25044 Besançon, France (FR)*, 2011.
- [55] J.C. HELTON, J.D. JOHNSON, C.J. SALLABERRY et C.B. STORLIE : Survey of sampling-based methods for uncertainty and sensitivity analysis. *Reliability Engineering & System Safety*, 91(10):1175–1209, 2006.
- [56] M. HENRY : *Mesures des paramètres caractérisant un milieu poreux. Etude expérimentale du comportement acoustique des mousses aux basses fréquences*. Thèse de doctorat, Université du Mans, 1997.
- [57] M. HENRY, P. LEMARINIER, J.F. ALLARD, J.L. BONARDET et A. GEDEON : Evaluation of the characteristic dimensions for porous sound-absorbing materials. *Journal of applied physics*, 77(1):17–20, 1995.
- [58] F. HILD : Correli: a software for displacement field measurements by digital image correlation. *Rapport interne LMT*, N 254, 2002.

- [59] F. HILD, B. RAKA, M. BAUDEQUIN, S. ROUX et F. CANTELAUB: Multiscale displacement field measurements of compressed mineral-wool samples by digital image correlation. *Applied optics*, 32:6815–6828, 2002.
- [60] F. HILD et S. ROUX: Digital image correlation: from measurement to identification of elastic properties - a review. *Strain*, 42:69–80, 2006.
- [61] F.O. HOFFMAN et J.S. HAMMONDS: Propagation of uncertainty in risk assessments: the need to distinguish between uncertainty due to lack of knowledge and uncertainty due to variability. *Risk Analysis*, 14(5):707–712, 1994.
- [62] K.W. HONG: *Acoustical estimation of macroscopic properties of poroelastic materials*. Thèse de doctorat, Purdue University, 2009.
- [63] K. IDRISI, M.E. JOHNSON, A. TOSO et J.P. CARNEAL: Increase in transmission loss of a double panel system by addition of mass inclusions to a poro-elastic layer: A comparison between theory and experiment. *Journal of Sound and Vibration*, 323(1):51–66, 2009.
- [64] Institut national de prévention et d'éducation pour la santé. <http://www.inpes.sante.fr/CFESBases/catalogue/pdf/1362.pdf>, 2012.
- [65] Takashi ISHIZUKA et Kyoji FUJIWARA: Performance of noise barriers with various edge shapes and acoustical conditions. *Applied Acoustics*, 65(2):125–141, 2004.
- [66] J. JACQUES: *Contributions à l'analyse de sensibilité et à l'analyse discriminante généralisée*. Thèse de doctorat, Université Joseph-Fourier-Grenoble I, 2005.
- [67] J. JACQUES, C. LAVERGNE et N. DEVICTOR: Sensitivity analysis in presence of model uncertainty and correlated inputs. *Reliability Engineering & System Safety*, 91(10):1126–1134, 2006.
- [68] L. JAOUEN: *Contribution à la caractérisation mécanique de matériaux poro-visco-élastiques en vibro-acoustique*. Thèse de doctorat, Université de Sherbrooke, 12 2003.
- [69] L. JAOUEN, A. RENAULT et M. DEVERGE: Elastic and damping characterizations of acoustical porous materials: Available experimental methods and applications to a melamine foam. *Applied Acoustics*, 69(12):1129 – 1140, 2008.
- [70] D.L. JOHNSON: Recent developments in the acoustic properties of porous media. In D. Sette. North Holland Publishing CO., éditeur: *In Proc. Int. School of Physics Enrico Fermi, Course XCIII*, pages 255 – 90, Amsterdam, 1986.
- [71] D.L. JOHNSON, J. KOPLIK et R. DASHEN: Theory of dynamic permeability and tortuosity in fluid-saturated porous media. *Journal of fluid mechanics*, 176(1):379–402, 1987.
- [72] D.L. JOHNSON, J. KOPLIK et L.M. SCHWARTZ: New pore-size parameter characterizing transport in porous media. *Physical Review Letters*, 57(20):2564–2567, 1986.
- [73] D.L. JOHNSON, T.J. PLONA, C. SCALA, F. PASIERB et H. KOJIMA: Tortuosity and acoustic slow waves. *Physical Review Letters*, 49(25):1840–1844, 1982.

- [74] M.R.F. KIDNER, C.Q. HOWARD et BK GARDNER : Improvements in panel insertion loss by addition of random masses embedded in a poro-elastic layer: Modelling procedures. *In International Congress on Sound and Vibration (12th: 2005: Lisbon, Portugal)*, 2005.
- [75] N. KINO, T. UENO, Y. SUZUKI et H. MAKINO : Investigation of non-acoustical parameters of compressed melamine foam materials. *Applied Acoustics*, 70(4):595 – 604, 2009.
- [76] D. LAFARGE : *Propagation du son dans les matériaux poreux à structure rigide saturés par un fluide viscothermique: Définition de paramètres géométriques, analogie électromagnétique, temps de relaxation*. Thèse de doctorat, 1993.
- [77] D. LAFARGE, P. LEMARINIER, J.F. ALLARD et V. TARNOW : Dynamic compressibility of air in porous structures at audible frequencies. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 102:1995, 1997.
- [78] P. LECLAIRE, L. KELDERS, W. LAURIKS, C. GLORIEUX et J. THOEN : Determination of the viscous characteristic length in air-filled porous materials by ultrasonic attenuation measurements. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 99:1944, 1996.
- [79] P. LECLAIRE, L. KELDERS, W. LAURIKS, M. MELON, N. BROWN et B. CASTAGNEDE : Determination of the viscous and thermal characteristic lengths of plastic foams by ultrasonic measurements in helium and air. *Journal of applied physics*, 80(4):2009–2012, 1996.
- [80] K. LIU et Y. LIU : Propagation characteristic of rayleigh waves in orthotropic fluid-saturated porous media. *Journal of sound and vibration*, 271(1):1–13, 2004.
- [81] G. MAIDANIK et KJ BECKER : Noise control of a master harmonic oscillator coupled to a set of satellite harmonic oscillators. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 104:2628, 1998.
- [82] MATLAB : *version 7.9.0.529 (R2009b)*. The MathWorks Inc., Natick, Massachusetts, 2009.
- [83] Mecanum Inc. *USER'S GUIDE NOVAFEM 2007*, October 2007.
- [84] M MELON : *Caractérisation de matériaux poreux par ultrasons basse fréquence (20-500 kHz)*. Thèse de doctorat, PhD thesis, Université du Maine, Le Mans, France, 1996.
- [85] M MELON, E MARIEZ, C AYRAULT et S SAHRAOUI : Acoustical and mechanical characterization of anisotropic open-cell foams. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 104:2622, 1998.
- [86] M. L. MUNJAL : Analysis and design of mufflers - an overview of research at the indian institute of science. *Journal of Sound and Vibration*, 211/3:425–433, 1998.
- [87] M. OUISSE, M. ICHCHOU, S. CHEDLY et M. COLLET : On the sensitivity analysis of porous materials models. *Journal of Sound and Vibration*, 331:5292–5308, 2012.
- [88] M. OUISSE, E. SADOULET-REDOUL et R. BARRÈRE : *Acoustique & vibro-acoustique*. Cours ENSMM, 2008/2009.
- [89] V PLACET et E FOLTÊTE : Is dynamic mechanical analysis (dma) a non-resonance technique? *In EPJ Web of Conferences*, volume 6, page 41004. EDP Sciences, 2010.

- [90] MG PRASAD et MJ CROCKER: Studies of acoustical performance of a multi-cylinder engine exhaust muffler system. *Journal of Sound and Vibration*, 90(4):491–508, 1983.
- [91] A. PREUMONT: Vibration control of active structures: an introduction. *Meccanica*, 34(2): 139–139, 1999.
- [92] S.R. PRIDE et J.G. BERRYMAN: Connectiong theory to experiment in poroelasticity. *J. Mech. Phys. Solids*, 46:190–0747, 1998.
- [93] S.R. PRIDE, F.D. MORGAN et A.F. GANGI: Drag forces of porous-medium acoustics. *Physical review B*, 47(9):4964, 1993.
- [94] T. PRITZ: Frequency dependences of complex moduli and complex poisson’s ratio of real solid materials. *Journal of Sound and Vibration*, 214(1):83–104, 1998.
- [95] R. RAMAKRISHNAN et W.R. WATSON: Design curves for rectangular splitter silencers. *Applied Acoustics*, 35(1):1–24, 1992.
- [96] S.S. RAO: *Engineering optimization: theory and practice*. Wiley, 2009.
- [97] J.N. REDDY: *Mechanics of laminated composite plates and shells: theory and analysis*. CRC, 2003.
- [98] J. RÉTHORÉ, F. HILD et S. ROUX: Shear-band capturing using a multiscale extended digital image correlation technique. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 196(49):5016–5030, 2007.
- [99] E.M. SALOMONS: Noise barriers in a refracting atmosphere. *Applied Acoustics*, 47(3):217–238, 1996.
- [100] A. SALTELLI, TH ANDRES et T. HOMMA: Sensitivity analysis of model output: an investigation of new techniques. *Computational statistics & data analysis*, 15(2):211–238, 1993.
- [101] A. SALTELLI et R. BOLADO: An alternative way to compute fourier amplitude sensitivity test (fast). *Computational Statistics & Data Analysis*, 26(4):445–460, 1998.
- [102] A. SALTELLI, K. CHAN, E.M. SCOTT *et al.*: *Sensitivity analysis*, volume 134. Wiley New York, 2000.
- [103] A. SALTELLI, M. RATTO, S. TARANTOLA et F. CAMPOLONGO: Sensitivity analysis practices: Strategies for model-based inference. *Reliability Engineering & System Safety*, 91(10):1109–1125, 2006.
- [104] A. SALTELLI, S. TARANTOLA et K. P.-S. CHAN: A quantitative model-independent method for global sensitivity analysis of model output. *Technometrics*, 41(1):pp. 39–56, 1999.
- [105] A. SALTELLI, S. TARANTOLA et K. P.-S. CHAN: A quantitative model-independent method for global sensitivity analysis of model output. *Technometrics*, 41(1):pp. 39–56, 1999.
- [106] E. SÁNCHEZ-PALENCIA: Non-homogeneous media and vibration theory. *In Non-homogeneous media and vibration theory*, volume 127, 1980.

- [107] F. SCARPA, M. BIANCHI, C. W. SMITH, F-X BÉCOT et L. JAOUEN : Identification of poroelastic parameters for conventional and auxetic foams using a fast fourier transform one dimensional spectral element approach. *Journal of Sound and Vibration*, 2011.
- [108] J.H. SCHAIBLY et K.E. SHULER : Study of the sensitivity of coupled reaction systems to uncertainties in rate coefficients. ii applications. *The Journal of Chemical Physics*, 59:3879, 1973.
- [109] F. SGARD : *Modélisation par éléments finis des structures multi-couches complexes dans le domaine des basses fréquences*. Mémoire HDR, Université Claude Bernard Lyon 1, Lyon, France, 2002.
- [110] MD SHARMA et ML GOGNA : Wave propagation in anisotropic liquid-saturated porous solids. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 90:1068, 1991.
- [111] P. SHRAVAGE, P. BONFIGLIO et F. POMPOLI : Hybrid inversion technique for predicting geometrical parameters of porous materials. *Journal of the Acoustical Society of America*, 123(5):3284, 2008.
- [112] I.M. SOBOL : Sensitivity estimates for nonlinear mathematical models. *Mathematical Modelling and Computational Experiments*, 1(4):407–414, 1993.
- [113] I.M. SOBOL : Global sensitivity indices for nonlinear mathematical models and their monte carlo estimates. *Mathematics and computers in simulation*, 55(1-3):271–280, 2001.
- [114] C.E. SOUZA : Optimization on two levels of guidance and topology laminated shell. Mémoire de D.E.A., Federal University of Rio Grande do Sul, 2003.
- [115] M.R. STINSON et G.A. DAIGLE : Electronic system for the measurement of flow resistance. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 83:2422, 1988.
- [116] V. TARNOW : Dynamic measurements of the elastic constants of glass wool. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 118:3672, 2005.
- [117] B. TRESSARD : Modélisation de matériaux poreux par élément finis. Projet de Fin d'Etude, Ensmm, Besançon, France, 2008.
- [118] T. TURÁNYI : Sensitivity analysis of complex kinetic systems. tools and applications. *Journal of Mathematical Chemistry*, 5(3):203–248, 1990.
- [119] A.K. VASHISHTH et P. KHURANA : Waves in stratified anisotropic poroelastic media: a transfer matrix approach. *Journal of sound and vibration*, 277(1):239–275, 2004.
- [120] T.E. VIGRAN, L. KELDERS, W. LAURIKS, P. LECLAIRE et T.F. JOHANSEN : Prediction and measurements of the influence of boundary conditions in a standing wave tube. *Acta Acustica united with Acustica*, 83(3):419–423, 1997.
- [121] S. WANSOM, NJ KIDNER, LY WOO et TO MASON : Ac-impedance response of multi-walled carbon nanotube/cement composites. *Cement and Concrete Composites*, 28(6):509–519, 2006.
- [122] H. WEYL : Mean motion. *American Journal of Mathematics*, 60(4):889–896, 1938.

- [123] J.L. WOJTOWICKI, L. JAOUEN et R. PANNETON : New approach for the measurement of damping properties of materials using the oberst beam. *Review of scientific instruments*, 75(8):2569–2574, 2004.
- [124] C YILMAZ et N KIKUCHI : Analysis and design of passive low-pass filter-type vibration isolators considering stiffness and mass limitations. *Journal of sound and vibration*, 293(1): 171–195, 2006.
- [125] H ZHENG, C CAI, GSH PAU et GR LIU : Minimizing vibration response of cylindrical shells through layout optimization of passive constrained layer damping treatments. *Journal of sound and vibration*, 279(3):739–756, 2005.
- [126] C. ZWIKKER et C.W. KOSTEN : *Sound absorbing materials*. Elsevier, 1949.



# DÉTERMINATIONS DES AMPLITUDES SPATIALES DE LA PRESSION ET DU COEFFICIENT DE TRANSMISSION

## A.0.6 Détermination des amplitudes spatiales de la pression

L'étude théorique ci-après nous permettra de déterminer la formule nous donnant accès au facteur de perte par transmission d'un matériau présent dans le guide d'onde et fait appel à la théorie des ondes planes progressives. Prenant comme référence le schéma présenté dans l'image A.1 où A, B, C et D représentent les amplitudes des ondes de pression respectivement incidentes, réfléchies sur le matériau étudié, transmises par le matériau étudié et éventuellement réfléchies au bout du tube.  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  et  $x_4$  sont les distances entre la surface d'incidence du matériau et les microphones, respectivement 1, 2, 3, et 4. "  $l$  " représente l'épaisseur de l'échantillon.



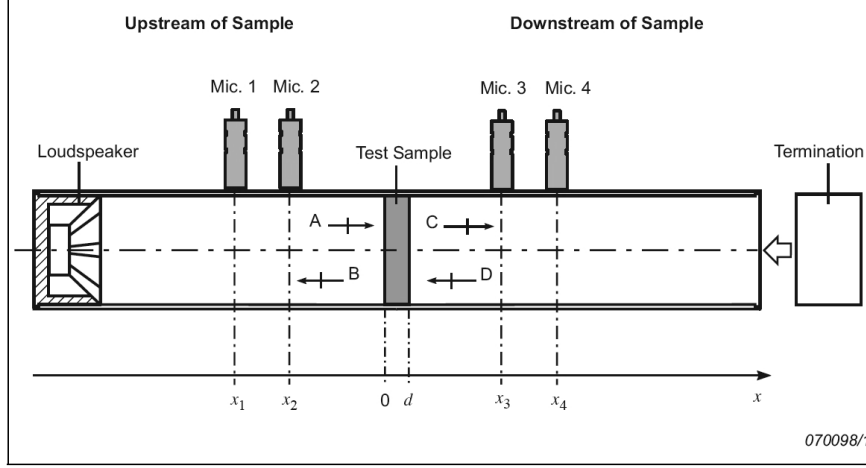


FIG. A.1: Schéma d'un tube de Kundt

Les hypothèses utilisées ici sont les suivantes : Les ondes acoustiques sont planes progressives harmoniques On ne considère qu'une onde incidente et réfléchiée dans chaque partie du tube. On adopte le formalisme complexe pour représenter les ondes acoustiques. On peut alors écrire l'expression de la pression acoustique sur chaque micro :

$$\begin{aligned} P_1 &= Ae^{j(\omega t - kx_1)} + Be^{j(\omega t + kx_1)} \\ P_2 &= Ae^{j(\omega t - kx_2)} + Be^{j(\omega t + kx_2)} \\ P_3 &= Ce^{j(\omega t - kx_3)} + De^{j(\omega t + kx_3)} \\ P_4 &= Ce^{j(\omega t - kx_4)} + De^{j(\omega t + kx_4)} \end{aligned}$$

Les pressions  $P_i$  sont directement connues, elles sont directement liées au signal fourni par les micros. Les seuls inconnus en fonction des pressions et des distances :

On pose :  $P_i = p_i e^{j\omega t}$ ,  $\forall i \in [1,4]$

$$\begin{aligned} p_2 \times e^{jkx_1} - p_1 \times e^{jkx_2} &= Ae^{jkx_1}e^{-jkx_2} - Ae^{-jkx_1}e^{jkx_2} \\ p_2 \times e^{jkx_1} - p_1 \times e^{jkx_2} &= A(e^{jk(x_1-x_2)} - e^{-jk(x_1-x_2)}) \\ p_2 \times e^{jkx_1} - p_1 \times e^{jkx_2} &= \frac{2j \times A(e^{jk(x_1-x_2)} - e^{-jk(x_1-x_2)})}{2j} \\ p_2 \times e^{jkx_1} - p_1 \times e^{jkx_2} &= 2j \times A \times \sin[k(x_1 - x_2)] \\ j(p_1 \times e^{jkx_2} - p_2 \times e^{jkx_1}) &= 2 \times A \times \sin[k(x_1 - x_2)] \end{aligned}$$

On en déduit alors le coefficient A :

$$A = \frac{j(p_1 e^{jkx_2} - p_2 e^{jkx_1})}{2\sin[k(x_1 - x_2)]} \quad (\text{A.1})$$

Par un raisonnement identique, on obtient les coefficients B, C et D :

$$B = \frac{j(p_2 e^{jkx_1} - p_1 e^{jkx_2})}{2\sin[k(x_1 - x_2)]} C = \frac{j(p_3 e^{jkx_4} - p_4 e^{jkx_3})}{2\sin[k(x_3 - x_4)]} D = \frac{j(p_4 e^{jkx_3} - p_3 e^{jkx_4})}{2\sin[k(x_3 - x_4)]} \quad (\text{A.2})$$

La détermination de ces coefficients permet de déterminer le coefficient de transmission du matériau étudié.

### A.0.7 Détermination du coefficient de transmission

L'échantillon du matériau étudié peut être vu comme un filtre pour l'onde acoustique. On définit alors la matrice de transmission suivante :

$$\begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha(\omega) & \beta(\omega) \\ \gamma(\omega) & \delta(\omega) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix} \quad (\text{A.3})$$

D'autre part, le coefficient de perte par transmission acoustique d'un matériau est défini par :

$$TL = 20\log(|\alpha(\omega)|) \quad (\text{A.4})$$

Le système matriciel précédent ne permet pas, par une seule mesure, de déterminer  $\alpha(\omega)$ . Il faut alors soit : Effectuer une hypothèse sur la terminaison du tube Effectuer deux mesures avec deux terminaisons différentes pour obtenir deux équations supplémentaires ; 1er cas : hypothèse sur la terminaison

On peut supposer la terminaison parfaitement anéchoïque en effectuant une mesure en tube ouvert par exemple. Si le tube est parfaitement anéchoïque, il n'y a pas de réflexion en bout de tube. On a alors  $D=0$  et le coefficient  $\alpha(\omega)$  vaut :

$$\alpha(\omega) = \frac{A}{C} \quad (\text{A.5})$$

2ème cas : 2 mesures avec 2 terminaisons On obtient le système suivant :

$$\begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ B_1 & B_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha(\omega) & \beta(\omega) \\ \gamma(\omega) & \delta(\omega) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} C_1 & C_2 \\ D_1 & D_2 \end{pmatrix} \quad (\text{A.6})$$

On peut alors déterminer le coefficient  $\alpha(\omega)$  (système de Cramer) :

$$\alpha(\omega) = \frac{A_1 D_2 - D_1 A_2}{C_1 D_2 - D_1 C_2} \quad (\text{A.7})$$

Dans notre programme (Matlab), nous avons utilisé cette deuxième hypothèse pour, d'une part éviter d'utiliser le tube ouvert (beaucoup de bruit pour l'utilisateur et risque de sons extérieurs perturbateurs). D'autre part, pour réaliser des mesures avec des terminaisons différentes, nous avons effectué pour chaque échantillon une mesure avec un fond : Ces trois mesures nous ont permis de voir l'influence de la différence entre les deux essais à terminaisons différentes. Enfin,

---

dans le programme, nous avons utilisé une forme différente pour  $\alpha(\omega)$ , obtenue en divisant numérateur et dénominateur par le produit  $D_1 D_2$  dans l'expression précédente :

$$\alpha(\omega) = \frac{\frac{A_1}{D_1} - \frac{A_2}{D_2}}{\frac{C_1}{D_1} - \frac{C_2}{D_2}} = \frac{T_1 R_2 - T_2 R_1}{R_2 - R_1} \quad (\text{A.8})$$

Avec :

$$T_i = \frac{A_i}{D_i}; R_i = \frac{D_i}{C_i} \quad (\text{A.9})$$

## UTILISATION DU BANC D'ESSAI DMA

L'Analyseur mécanique dynamique (DMA) (figure B.1) est un instrument scientifique destiné à l'étude et à la caractérisation des propriétés mécaniques de matériaux généralement viscoélastiques. Il permet de déterminer en particulier les grandeurs physiques intrinsèques comme les modules complexes de Young, les modules complexes de Coulomb, la viscosité complexe, le facteur d'amortissement (facteur de perte) ou la température de transition vitreuse qui dépendent de la fréquence.



FIG. B.1: Photo du DMA du laboratoire Femto-st

**Titre : CONTRIBUTION A LA CARACTERISATION ET A LA MODELISATION DE MOUSSES ARCHITECTUREES**

La thèse est une contribution aux domaines du contrôle du bruit et de la caractérisation de matériaux poreux. Nous avons travaillé sur la modélisation des matériaux poreux, la caractérisation des paramètres physiques (mécaniques et de couplages) et l'étude de mousses composites et auxétiques.

Une stratégie peu utilisée actuellement sur la caractérisation de matériaux poreux est présentée. Elle facilite la détermination des paramètres du modèle, épargne la mise en œuvre d'essais expérimentaux compliqués, implémentés généralement pour chaque paramètre, ceci permettant d'économiser du temps de calcul.

Nous avons également étudié des matériaux non-classiques comme une plaque micro-structurée et une mousse auxétique. Mieux comprendre ces matériaux est de grande importance, puisqu'ils peuvent être utilisés pour remplacer certains matériaux classiques d'une manière plus performante.

Le travail se place dans le cadre de la vibro-acoustique générale. Nous nous intéressons à la modélisation correcte des effets des matériaux poreux sans recourir à une description trop précise des effets de chaque paramètre du modèle utilisé. L'objectif étant d'alimenter ce modèle de poreux placé dans un système complexe.

**Mots clefs** : matériaux poreux, contrôle de bruit, caractérisation, paramètres mécaniques, paramètres de couplage, matériaux composites, mousse auxétique, vibro-acoustique

**Title: CONTRIBUTION TO THE CHARACTERIZATION AND MODELLING OF COMPOSITES FOAMS**

This PhD thesis is a contribution for the noise control field and parameters identification for porous materials models. We worked on a porous materials model. The identification of mechanical and coupling modelling parameters, a composites foams study and a auxetic foams study was conducted.

A little currently strategy conducted in order to improve the identification of mechanical and coupling modelling parameters is presented. This quite simple method of characterization avoids placing complex experimental measures for each parameter.

We also studied non-classical materials like a micro-structured plate and an auxetic foam. Better understand those materials is important, they can be used to replace classical materials showing better performances.

The work forms part of a general vibro-acoustic study. Our interest was to well represent the porous materials effects without be too precisely for each parameter effect used in the model. The final aim is introduce the results in a more complex system.